المَنْطِقُ الرَّمْزِي

نَشْأَتُه وَتطوُّرُه

تأليف

دكتور محمود زيدان
الأستاذ بكلية الآداب - جامعة الإسكندرية

دار النهضة العربية - بيروت

المنطق الرمزي

نشأته وتطوّره

تأليف
دكتور محمود فهمي زيدان
الأستاذ المساعد بكلية الآداب
بجامعتي الاسكندرية وبيروت العربية

١٩٧٩

دار النهضة العربية
للطباعة والنشر
بيروت – ص.ب ٧٤٩

بيروت، ١٩٧٩

شكر وتقدير

أتقدم إلى السادة

الاستاذ الدكتور ابراهيم مدكور
الاستاذ الدكتور زكي نجيب محمود والاستاذ الدكتور محمد ثابت الفندي

بأوفر الشكر على ما منحوني من وقت في قراءة مخطوط هذا الكتاب ، وعلى ما تفضلوا به من ملاحظات قيمة واقتراحات حكيمة ، إن في تاريخ المنطق أو في نظرياته ، ولولاها ما جاء الكتاب على النحو الذي أقدمه للقراء ؛ وإن تشجيعهم ليفوق كل تعبير .

محتويات الكتـاب

الباب الثاني
شروق المنطق الرمزي

الباب الثالث
ضحى المنحق الرمزي

مقدمة

١ - أ - حين نقرأ كتاباً في المنطق الرمزي نجـــده يتناول نظريات رئيسية اربعـــة : حساب القضايا ، وحساب المحمول، وحساب الاصناف ، وحساب العلاقات ، ويعرض موضوعَ كل نظرية وعناصرهـــا ومصطلحها الرمزي وقوانينها ، لكنه لا يذكر صاحب هذه النظرية أو تلك، أو صاحب هذه الفكرة أو تلك من أفـكار تلك النظريات. ليس كتابنا كتاباً في المنطق الرمزي بالمفهوم السابق ، وانما موضوعه دراسة تاريخية تتبـع تلك النظريات الاربعة نشأة وتطوراً وربطها بأعلامها ؛ حينئذ يمكن لقارىء أي كتاب في المنطق الرمزي أن يرد كل فكرة من أفـكاره الاساسية إلى مصادرها .

ب - قسمنا كتابنا أبواباً أربعة ، تمثل حلقات أربعة في نشأة المنطق الرمزي وتطوره . كان مبدؤنا الموجّه في التمييز بين تلك الحلقات هو مدى تحقيق خصائص ذلك المنطق - كما نعرفه اليوم - وهي استخدامه الرموز ، وأنه نسق استنباطي ، ومقدار النظريات المقدّمة في كل حلقة . وضعنا في الحلقة الأولى اعمالاً منطقية بدأت ولم تتم - من وجهة نظر المنطق الرمزي في صورته المتطورة - وتمثلت في المنطق الارسطي ، والمنطق الرواقي ، ومواقف ليبنتز ودي مورجان المنطقية . لقـــد استخدم ارسطو بعض انواع الرموز لا كلها ، كما تعتبر نظريته في القياس - وهي محور منطقه - محاولة اولى لما سمي من بعد «نظرية الاصناف ». توسع الرواقيون في استخدام الرموز

أكثر مما جاء به أرسطو ، وأدركوا إمكان إقامة المنطق نسقاً استنباطياً ، كما وضعوا أسس منطق الشرطيات ، مما سوف يصبح فيما بعد جزءاً من « نظرية حساب القضايا » . وقدم ليبنتز محاولة ثانية لاقامة نظرية الاصناف ، كما قدم دي مورجان محاولة أولية لنظرية العلاقات .

ح - تناولنا في الحلقة الثانية جهود بول وبيرس وشرويدر . وضع بول المبادىء الاساسية لنظرية حساب الاصناف على نحو يختلف عما قدمه التقليديون حيث صاغ نظرية الاصناف في لغة قوامها رموز علم الجبر وتصوراته الاساسية كما أراد إقامة علم جبر منطقي ، ومن ثم يعتبر بول مؤسس المنطق الرمزي . سار بيرس وشرويدر على درب بول ، وسدّا بعض أوجه النقص في نظريته كما استطاعا أن يطوّرا نظرية العلاقات على نموذج جبر الاصناف . اكتفينا في هذه الحلقة بذكر بعض تفصيل لمواقف بول وبيرس دون شرويدر ، لأن الأخير الذي دار في فلك بول لم يوقفنا عن التماس الحلقة الثالثة التي طورت بول.

ء - تناولنا في الحلقة الثالثة جهود فريجه وبيانو . وضع الأول أصول نظريتي حساب القضايا وحساب المحمول ، على نحو لم يحلم به أصحاب جبر الاصناف ؛ وبالرغم من أنه وضع نظرياته المنطقية في نسق استنباطي محكم على نموذج الهندسة والحساب ، فانه خلّصها من أي أفكار رياضية مما كان مألوفاً في الحلقة السابقة واستبدل بها افكاراً منطقية خالصة . ولقد ساهم بيانو في أقامة نفس الافكار والنظريات بنصيب موفور .

هـ - تناولنا في الحلقة الرابعة جهود رسل ووايتهد اللذين أخذا اتجاه فريجه - بيانو وطوّرا افكارهما ونظرياتها ، كما طوّرا نظريات السابقين جميعاً في نسق صوري محكم . وغني عن البيان أن ليست حلقة رسل - وايتهد نهاية المطاف في تطور المنطق الرمزي وإنما قام أعلام معاصرون بتطوير تلك الحلقة مثل لوكاشيفتش وهلبرت وتشيرش وكواين وآخرون ، مما لم نتعرض لهم ، تاركين دراسة أنساقهم المتباينه لمن شاء أن يعكف عليها .

٢ – ترتبط نشأة المنطق الرمزي وتطوره ارتباطاً وثيقاً بموضوعين حاولنا تفادي البحث المفصل فيهما : المنطق التقليدي ، وفلسفة الرياضيات أمـــا المنطق التقليدي فهو الصفحة الأولى من صفحات المنطق الصوري ، بينما المنطق الرمزي ثاني صفحاته ، وهو أيضاً تصحيح وتطوير للمنطق التقليدي . ولكن كتب في هذا ما لا يسمح بزيادة لمستزيـــد ، ومن ثم لم نتعرض له إلا بالقدر الذي يسمح لنا بمقارنته بالمنطق الرمزي .

وأما فلسفة الرياضيات فموضوع نشأ وتطور مع نشأة المنطـــق الرمزي وتطوره ، وهو مبحث في طبيعة العلوم الرياضية ومناهجهـــا ومعيار صحة نظرياتها ، وهو أيضاً مبحث في رد التصورات الرياضيه الأساسيه إلى تصورات منطقيه بحته أو ردها جميعها إلى تصورات أكثر منها سبقا . فلسفة الرياضة مرتبطة بالمنطق الرمزي من جهتين: أن التفكير في أقامة الأولى هو الذي أثار البحث في إقامة الثاني ، وأن تطوير الثاني هو الذي ساعد على تدعيم الأولى ، ومع هذا تفادينا موضوع فلسفة الرياضة هنا ، لأنه جدير بدراسة مستقله .

بيروت – في يناير ١٩٧٢ .

الباب الاول

فجر المنطق الرمزي

الفصل الاول

المنطق الرمزي وخصائصه

٣ – المنطق الرمزي وتعريفه :

أ – يسمى المنطق الرمزي Symbolic Logic بأسماء عدة : لوجستيقا Logistic ، أو « جبر المنطق » Algebra of Logic ، أو المنطق الرياضي، أو المنطق الصوري ، وكلها عبارات مترادفة . يسمى المنطق الرمزي لأن لغته الرموز لا الكتابة والحديث ؛ وليس معنى هذا انه يسمى رمزيا لمجرد استخدامه رموزاً ، فان هنالك علوماً تستخدم الرموز ولا نسميها المنطق الرمزي ، كعلم الجبر مثلاً ؛ واستخدام الرموز شرط ضروري لإقامة هذا المنطق ، لكنه شرط غير كاف ليكون رمزيا ، بل يجب – الى جانب استخدامه الرموز – أن يدرس العلاقات المختلفة بين الحدود في قضية ما ، والعلاقات المختلفة التي تربط بين عدة قضايا ، ووضع القواعد التي تجعل من القضايا التي يرتبط بعضها ببعض قضايا صادقة دائماً . وترجع تسمية المنطق الرمزي باللوجستيقا الى إتلسن telson ولالاند Lalande وكوتيرا Couturat في المؤتمر الدولي للفلسفة بباريس عام ١٩٠٤ ؛ لكننا نلاحظ أن الكلمة كانت مستخدمة من قديم ، فقد استخدمها الفيثاغوريون للدلالة على جداول يجد فيها الحاسبون نتائج العمليات الحسابية دون جهد ، وتذكرنا

بجداول اللوغاريتمات اليوم ؛ وقد استخدم ليبنتز الكلمة كمرادفة لعبارتي « المنطق الرياضي » و « حساب البرهنة » Calculus Ratiocinator؛ونلاحظ أيضاً أن « لوجستيقا » لم تستخدم فقط للدلالة على المنطق الرمزي ، وإنما استخدمت أيضاً للدلالة على اتجاه رد التصورات الرياضية الأساسية الى تصورات منطقية خالصة [1] . وفي القرن التاسع عشر سمي المنطق الرمزي أيضاً « جبر المنطق » ، وترجع هذه التسمية الى جورج بول الذي جعلها اسماً لنظريته في جبر الأصناف ، ثم استخدمها بيرس وشرويدر للدلالة على نظريات المنطق الرمزي كلها ، حيث صيغت جميعها على نموذج جبر الأصناف. ويسمى المنطق الرمزي كذلك « المنطق الرياضي » ، وبيانو أول من استخدم هذا التعبير ، وكان يعني به نوعين من البحث : كان يعني أولا صياغة المنطق الجديد صياغة تستخدم الرموز والأفكار الرياضية ، ويعني بها ثانياً البحث في رد الرياضيات الى المنطق ؛ وكان يسمي هذا البحث الثاني أيضاً « فلسفة الرياضة » [2] . وسمي المنطق الرمزي أخيراً « المنطق الصوري » حيث يراد له أن يكون أكثر صورية مما أتى عليه أرسطو ، ونجد هذه التسمية بنوع خاص عند رسل [3] .

---

(١) انظر ما كتبه تشرش A. Church عن كلمة لوجستيقا في : The Dictionary of philosophy ed. by D. D. Runes London, 1945 , p. 182 . وأيضاً
S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, Methuen London , 2 nd ed. 1933 , p. xin. وأيضاً
محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٦٩ ص ١٠٥،١٢٦

(٢) انظر : P. H. Nidditch, The Development of Mathematical Logic, Kegan Paul London , 1962 , pp. 59 - 60 ,73-4

(٣) B. Russell, The Principles of Mathematics , 2 - nd , ed. 1937 , p. lo

المنطق الرمزي

المنطق الرَّمزي

نشأته وتطوّره

تأليف

دكتور محمود فهمي زيدان

الاستاذ المساعد بكلية الآداب

بجامعتي الاسكندرية وبيروت العربية

١٩٧٩

دار النهضة العربية

للطباعة والنشر

بيروت ص.ب ٧٤٩

ب – للمنطق الرمزي عدة تعريفات ، وأفضلها ما اشتمل على بيان موضوعه ؛ وموضوع هذا المنطق هو الإستدلال inference [٤].والاستدلال هو الانتقال من قضية أو أكثر (ونسميها مقدمة أو مقدمات) الى قضيــة أخرى (ونسميها نتيجة) ، وترتبط المقدمات برباط معــين بحيث اذا قبلنا المقدمات قبلنا النتيجة . والاستدلال ضربان : استنباطي deduction أو استقرائي induction ، ويعنينا هنا الأول وهو الذي ترتبط فيه المقدمات بالنتيجة بعلاقات منطقية أهمها علاقة التضمن implication [٥] .

٤ – خصائص المنطق الرمزي :

أ – للمنطق الرمزي خاصتان أساسيتان: أنه يستخدم الرموز،وأنه نسق استنباطي.الرموز التي يستخدمها المنطق الرمزي نوعان: متغيرات variables وثوابت constants ، وهما مستعاران من الرياضة ومن علم الجبر بنوع خاص . المتغيرات حروف لغوية لا ترمز في ذاتها إلى شيء محدد ، ولكن يمكننــا اعطاءها قيمة محددة ، وحينئذ نسمي هذه القيمة « قيمة المتغير » . نقول الحرف « س » في التعبير « س٢ » إنه متغير ، ويمكننا اعطاؤه قيمة عددية محددة إذا ورد في تعبير مثل ' س٢ = ٤ ' . تصاغ قوانين الجبر جميعاً في صورة متغيرات وثوابت ، خذ القانون (أ + ب) ٢ = أ٢ + ٢ أب+ب٢ نقول عن الحروف أ وب إنها متغيرات ، وعن علامات الاضافة والمساواة والأس والضرب والقسمة الخ إنها ثوابت.إذا أعطينا الحرف أ أي قيمة عددية والحرف ب أي قيمة عددية أخرى ، وظلت القيمة ثابتــة في كل تعويض ،

---

(٤) Ibid. , p. 11

(٥) Stebbing, op. cit . , p.p. 212, 221

كانت المعادلة السابقة صادقة دائماً. أراد المنطق أن يضع القضايا والاستدلالات في صورة رمزية : فيرمز إلى كل حد من حدود القضية برمز ، والرموز هنا متغيرات . خذ أمثلة : « كل أ يكون ب » ، « إذا كان أ هو ب ، فإن حـ يكون ى » ، « كل أ يكون ب ، كل ب يكون حـ ، إذن كل أ يكون حـ » ، « إذا كان أ هو ب ، كان حـ هو ى ، لكن حـ ليس ى ، إذن أ ليس ب » . نلاحظ أن الحروف السابقة متغيرات لحدود ، وأن الصيغ السابقة تعبيرات شبه رمزية عن صور القضية الحملية والشرطية المتصلة والقياس الحملي والقياس الشرطي المتصل على التوالي . يمكن صياغة الاستدلال بحيث يرمز المتغير إلى قضية بأكملها دون تمييز بين حدودها ، مثلما نقول : « إذا كان أ ، حينئذ ب ، لكن لا ب ، إذن لا أ » ؛ تلك صيغة شبه رمزية لقياس شرطي متصل .

ب – نقول عن الصور السابقة إنها صيغ شبه رمزية لأننا رمزنا إلى الحدود أو القضايا ، لكننا لم نضع الثوابت في لغة رمزية . الثابت في المنطق هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التي تربط بين قضيتين بسيطتين ، تتألف منها قضية مركبة compound statement ؛ « الشباب طموح » قضية بسيطة ، بينما « الشباب طموح والإنتاج مزدهر » قضية مركبة ؛ نسمي واو العطف هنا ثابتاً منطقياً ؛ والثوابت عديدة منها : « و » ، « إما ... أو » ، « إذا ... حينئذ » الخ . يضع المنطق الرمزي رموزاً للثوابت ، كما يضع رموزاً للألفاظ الدالة على السور في القضية ، وسنعرض له فيما بعد .

حـ – الخاصة الثانية للمنطق الرمزي أنه نسق إستنباطي . الهندسة الاقليدية أقدم نموذج عرفته الإنسانية للعلم الإستنباطي ، ويتألف هذا النسق من العناصر التالية (١) قائمة التعريفات : وتشمل تعريف الألفاظ المستخدمة في الهندسة كالنقطة ، والخط ، والخط المستقيم ، والسطح المستوي ، والزاوية ،

والزاوية القائمة ، والمثلث ، والمربع الخ . ليست هذه التعريفات قضايا ومن ثم لا توصف بصدق أو كذب ، وإنما أرادنا اقليدس Euclides (٣٣٠ — ٢٧٥ ق. م.) أن نتفق على البدء بها وقبولها . (٢) عدد محدود من قضايا سماها إقليدس « أفكاراً عامة » common notions ، وسميت عند أرسطو ومن بعده « مبادىء » axioms ؛ رأى اقليدس أن هذه الأفكار العامة قضايا واضحة بذاتها وأن في إنكارها تناقضاً . يرجع إعتقاده في وضوح تلك الأفكار العامة إلى أنه بالرغم من أن الهندسة عنده علم صوري لا علاقة له بالخبرة الحسية ، فإنها صادقة على طبيعة المكان الفيزيائي ؛ أراد اقليدس أن يقول بعبارة أخرى أنه بالرغم من أن الأفكار العامة ليست مشتقة من العالم المحسوس فإنها تجد تطبيقاً لها في ذلك العالم . وهاك أمثلة لأفكاره العامة : المساويان لثالث متساويان ، الكل أكبر من الجزء ، الأشكال المتطابقة متساوية. (٣) المصادرات postulates قضايا أقل وضوحاً من الأفكار العامة ، ومن ثم تتطلب برهاناً ، ولكن اقليدس طالبنا التسليم بصدقها بلا برهان ، لأن طلب البرهان عليها يعوق تقدم العلم ، أرادنا أن نسلم بها منذ البدء ، طالما أنه يمكننا أن نستنبط منها قضايا لا تتناقض معها ولا تتناقض فيما بينها. ومن أمثلة مصادراته : من نقطة معينة يمكن رسم أي خط مستقيم إلى أي نقطة أخرى ، كل الزوايا القائمة متساوية [٦] . يمكننا في الهندسة الاقليدية الوصول إلى نظريات باستنباطها من تلك التعريفات والأفكار العامة والمصادرات ؛ ويلزمنا للوصول إلى هذه النظريات — بالإضافة إلى العناصر الثلاثة السابقة — وضع مبادىء أخرى تسمى « قواعد الإستدلال » . وقد استعان إقليدس بعدة قواعد نذكر منها القاعدتين التاليتين : (١) إفرض أنه

---

(٦) قارن : S. Barker, Philosophy of Mathematics , Printice-Hall , Inc . , Englewood cliffs , N.J. , Ist ed . , 1964 , pp. 20 - 26 - 7
انظر أيضاً : محمد ثابت الفندي : المرجع السابق ص ٤٤ — ٤٨ ؛ وأيضاً عبدالرحمن بدوي : مناهج البحث العلمي ، دار النهضة العربية ، القاهرة ١٩٤٤ ، ص ٨٩ — ٩١ .

لا يمكن أن تصدق النتيجة أ والنتيجة ب معاً ، فإذا كانت أ كاذبة كانت ب صادقة ، لكن ب كاذبة ، إذن أ صادقة . (٢) لا يمكن أن تكون القضايا أ و ب و حـ كلها كاذبة ، لكن ب تتضمن س الكاذبة ، و حـ تتضمن ص الكاذبة ، نستنتج أن أ صادقة [٧] . نقول عن علم ما إنه نسق إستنباطي إذا حوى عدداً من التعريفات والمبادىء والمصادرات الواضحة الصريحة منذ البدء وبلا برهان ، ثم انتقل إلى البرهان على قضايا معينة بطريق الإستنباط الصوري المحكم من تلك البدايات ، مستعيناً بقواعد الإستدلال .

د - أراد المنطق الرمزي أن يكون نسقاً استنباطياً بالمعنى السابق ، مع بعض تغييرات اقتضاها تطوير الرياضيين والمناطقة لطبيعة النسق الاستنباطي ، منذ منتصف القرن التاسع عشر . رأى أصحاب المنطق الرمزي ان يتألف المنطق - لكي يكون نسقاً استنباطياً - من العناصر التاليه : (١) أفكار أوليه لا معرّفه primitive notions ، وليست هذه مستحيلة التعريف ، وإنما لكي نقدم تعريفات،يجب أن نبدأ بألفاظ لا تقبل التعريف،وإلاّ يكون التعريف مستحيلا . ليست لهذه الأفكار اللامعرفه ضرورة منطقية بأي معنى، وإنما هي اختيار تحكمي يدّونه صاحب النسق للبدء به،ومن الممكن لصاحب نسق آخر أن يبدأ بلا معرفات مختلفه؛ مبدؤنا في الاختيار هو البساطه فقط؛ نقول عن الفكرة أ أنها أبسط من الفكرة ب أو أن لها السبق المنطقي ، إذا كنا نستعين بالأولى في تعريف الثانية بينما لا تحتاج أ في تعريفها الى الفكرة ب (٢) قائمة التعريفات : تعريف الألفاظ التي نستخدمها في بناء نظرية منطقية معينه ، ونستعين باللامعرفات في تلك التعريفات . (٣) مجموعة القضايا

---

(٧) L. W. H. Hull, History and Philsophy of Science, Longmans ; London, 1959, p. 71

الأولية primitive propositions التي نبدأ بها بلا برهان ؛ لا يفرق المنطقيين المبادىء والمصادرات فكلاهما قضايا أولية بلا تمييز . نلاحظ على هذه القضايا الأولية أنها لا توصف بأنها واضحة بذاتها أو ضرورية أو ان نقيضها مستحيل وإنما توصف فقط بأنها أكثر بساطة من غيرها بالمعنى السابق للبساطة ، وأن احداها لا تناقض الأخرى . (٤) يمكننا من تلك العناصر الثلاثـــة السابقة إقامة قضايا جديدة بطريق الاستنباط الصوري المحكم ، مع الإستعانة ببعض قواعد الاستدلال [٨] .

١ _ افكار اولية (مبادئ)
٢ _ تعريفات
٣ _ قضايا اولية
٤ _ نظريات

---

(٨) قارن : Stebbing , op. cit . , pp. 175-180

الفصل الثاني

أرسطو والمنطق الرمزي

٥ مقدمـــة :

أشرنا إلى ان المنطق الرمزي منطق صوري ، والمنطق التقليدي صوري كذلك ، أراد المناطقة المحدثون للمنطق أن يكون أكثر صورية مما بدا عليه المنطق التقليدي ؛ وذلك يعني إن المنطق التقليدي قطع شوطاً في إقامـــة صورية المنطق. لن نبحث هنا في المنطق التقليدي،وإنما في المنطق الأرسطي– وهو الأصل ؛ فنبحث في مدى ذهاب أرسطو في صورية المنطق ، وذلـــك بمعرفة المدى الذي ذهب إليه في استخدام الرموز ، واتخاذ النسق الاستنباطي منهجاً لصياغة نظرياته .

٦ – هل أستخدم أرسطو المتغيرات ؟

أ – كان أرسطو يتناول في منطقه حدوداً كلية universal terms مثـل «إنسان» ، حيوان ، «حصان» ، وكان يفترض أن هذه الحدود تدل على وجود واقعي محسوس لما يندرج تحتها من أفراد . ونلاحظ أنه لم يعط مكاناً متميزاً في منطقه للحدود الشخصية Singular Terms مثل أسماء الأعلام ، وذلك لأنه أراد لحدوده أن تستخدم كموضوعات أو محمولات على السواء في القضايا

ولا يستطيع الحد الشخصي أن يؤدي هذه الوظيفة ، إذ يؤدي وظيفته كموضوع فقط . ونلاحظ أيضاً أن ارسطو تجاهل الحدود الفارغة ،أي الحدود التي لا يندرج تحتها ما يشير إلى فرد موجود في الواقع مثل « حصان مجنح » وما الى ذلك [١] .

ب – كان أرسطو حريصاً على كتابة القضايا في صورة رمزية ، إذ كان يضع حروف الهجاء متغيرات ترمز إلى الحدود في القضية . من المألوف أن تعبر كتب المنطق التقليدي عن القضية الكلية الموجبة مثلاً بالصيغة كل ا يكون ب ، « All A is B » ،لكن لم تكن هذه طريقة أرسطو في صياغتها؛ كان أرسطو يقدم المحمول على الموضوع في صيغة معينة هي : ب محمول على كل ا « B is predicated of all A » ، أو « ب ينتمي إلى كل ا » « B belongs to all A » [٢] . وكان أرسطو يصوغ القياس في صورة رمزية أيضاً ، لكنه لم يصفه في صورة استدلال بحيث يوضع القياس في ثلاثة أسطر متتابعة وأمام النتيجة علامة إذن ، كما نألف في كتب المنطق التقليدي ؛ (إن أول من استخدم هذا الرسم للقياس هو الاسكندر الافروديسي Alexander of Aphrodisias في اواخر القرن الثاني واوائل الثالث الميلادي) كان ارسطو يصوغ القياس في صورة قضية شرطية متصلة تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدّم وتعبر النتيجة عن التالي : « إذا كان ا محمولا على كل ب ، و ب محمولا على كل حـ فان ا محمول على كل حـ » [٣] . يزداد استخدام ارسطو لمتغيرات الحدود حين يتحدث عن قوانين العكس

---

(١) J. Lukasiewicz , Aristotle S, Syllogistic , etc 2 nd ed . Oxford , 1957 , pp. 6-7

(٢) Analytiea Priora , i . 5 , 27 a 5-10

(٣) An. Pr. , i . 4 , 25 b 38-40

conversion ونقض المحمول obve sion وعكس النقيض transposition :
« إذا كان م محمولاً على كل ب ، فإن ب محمول على بعض م » ، وهكذا [٤] .
إن استخدام المتغيرات في المنطق إختراع أرسطي لم يسبقه إليه أحد ؛ قد يكون اشتق هذا الإستخدام من الهندسة حين نريد تسمية خط مستقيم بحرفين من حروف الهجاء ، ونجد هـذا الإستخدام المتغيرات عند يودوكسس Eudoxus (٤٠٨ – ٣٥٥ ق.م.)[٥] .

حـ – لقد استخدم أرسطو – في سياق واحد فقط فيما نعلم – حروف الهجاء رموزاً للقضايا لا للحدود . حين أثبت ان ما هو ضروري ينتج عما هو ضروري ، وان الممكن ينتج عنه الممكن ، وان القضية الضرورية أو الممكنة لا يلزم عنها قضية مستحيلة ، قال :

« ... إذا كان ا محمولاً على ب ، و ب محمولاً على حـ ، فان ا محمول على حـ واذا كانت كل منها ممكنة فالنتيجة ممكنة . واذا وجب علينا أن نعبر مثلاً عن المقدمات بالحرف ا والنتيجة بالحرف ب ، فانه لا ينتج فقط انه اذا كان ا ضرورياً يكون ب ضرورياً ، بل وينتج أيضاً انه اذا كان ا ممكناً يكون ب ممكناً . وما دمنا برهنّا على ذلك فمن الواضح انه اذا قمنا بفرض خاطىء لكنه ليس مستحيلا فان نتيجة الفرض سوف تكون خاطئة لكنها لن تكون مستحيلة . إذا كان ا خاطئاً لكنه غير مستحيل ، واذا كان ب نتيجة ا ، فان ب خاطىء لكنه ليس مستحيلا » (٦) .

---

(٤) Ibid. , i . 2 , 25 a 17

(٥) يودوكسس أكبر الرياضيين الاغريق قبل اقليدس ؛ عاصر أفلاطون وصاحبه في رحلته الى مصر وايطاليا ، وهو صاحب نظريات التناسب Proportion في الهندسة . تقول إحدى هذه النظريات أن اضلاع المثلثات المتساوية الزوايا متناسبة ، وقد عارضه المتأخرون من الفيثاغوريين لكنه رد عليهم ببراهين محكمة معقدة ، وقد استخدم اقليدس هذه النظريات في الجزءين الخامس والسادس من المبادىء ؛ انظر أيضاً : W. Kneaie & M. Kneal, The Developmeut of Logic, 2 nd ed. , 1964 , Oxford , p. 61

(٦) An. Pr. , i . 15,34 a 20 - 28

٧ – هل عرف أرسطو الثوابت ؟

ميز أرسطو في كتاب العبارة بين القضية البسيطة simple p. والقضية المركبة composite p. ، وإن الأولى تقرر شيئاً أو تنفيه عن موضوع ما ، بينما تتألف الثانية من قضايا بسيطة ، لكن أرسطو لم يجعل هذا التمييز بداية لتحليل منطقي للقضية المركبة ومن ثم لم يدرس الثوابت التي تقوم في القضايا المركبة دراسة مستفيضة ، وبالتالي لم يضع لها رموزاً [٧] . لقد استخدم أرسطو ثوابت قليلة كالسلب negation والربط conjunction والتضمن implication ؛ استخدم السلب حين وضع قواعد التقابل بين القضايا المتناقضة والمتضادة ؛ والربط بين القضايا حين صاغ القياس في صورة تضمن ، كما قلنا ، لكنه لم يدرس الربط والتضمن دراسة خاصة . عرف أرسطو فكرة السور في القضية واستخدمها ليدل على كم الموضوع ، لكنه لم يدرك اهميتها المنطقية البالغة [٨] ، وبالتالي لم يضع له رموزاً . لقد عرف ارسطو – باختصار – عدداً قليلاً من الثوابت ، كما انه لم يتوسع في تحليل هذا القدر الذي عرفه .

٨ – هل اقام أرسطو المنطق نسقاً استنباطياً ؟

أ – أول نسق استنباطي عرفته الانسانية هو الهندسة الاقليدية ، كما قلنا

---

(٧) تلاحظ ستبنج ان ارسطو يميز بين القضية البسيطة والمركبة لكنه لم يهتم بهذا التمييز . يميز المنطق التقليدي بين القضايا الحملية والشرطية بنوعيها ولذلك رأى ان القضية المركبة ما ارتبطت قضيتان باداة الشرط أو أداة الفصل . لقد بعثت هذه القسمة الثلاثية الغموض في قسمة القضية الى بسيطة ومركبة ؛ انظر :

S. Stebbing , A Modern Introduction toloqic , 2 nd ed . , 1933 , Methuen , pp . 42-3 .

(٨) Lukasiewicz , op eit. , P. 83

لكن ارسطو واضع أسس هذا النسق [٩] . نجد ذلك في كتاب **التحليلات الثانية** الذي يفتتحه أرسطو بقوله ان كل برهان يبدأ بثلاثة عناصر: تعريفات definitions ومبادىء axioms وفروض hypotheses – يبدأ بها كل برهان لكنها ذاتها لا تقبل البرهان . حين يتحدث أرسطو عن البرهان يهتم بوجه خاص بالبرهان الهندسي ويعطي منه أمثلته التوضيحية . بالتعريفات نحدد معاني الألفاظ المستخدمة في العلم المراد بحثه ، ليست التعريفات قضايا تقرر وجود شيء ما أو تنفيه ومن ثم لا توصف لا بالصدق ولا بالكذب ، وانما يكفي أن يكون اللفظ المعرف مفهوماً لدينا [١٠] . أما المبدأ فهو قضية يجب أن يعرفها الطالب اذا أراد أن يتعلم شيئاً على الاطلاق، وهنالك شروط ثلاثة يجب توفرها في القضية كي تكون مبدأ : أن تكون صادقة true ، وأولية primary وأكثر قبولاً لدى العقل more intelligible من النتائج المستنبطة منها [١١] . كان أرسطو يعني بالقضية الأولية أن تكون قضية مباشرة ، أي ما تفهم معناها دون الاستعانة بقضية سابقة عليها ، وذلك يجعلها أكثر قبولاً لدى العقل أي يقبلها العقل دون عناء أو تردد . نأتي الآن على مقصد ارسطو من صدق المبدأ . يبدو أنه يعنى به انطباق المبدأ على الواقع دون أن يكون الأول مشتقاً من الثاني ، وذلك يعنى أن الصدق عنده في هذه الحالة صدق واقعي : نصل الى المبدأ مستقلاً عن الواقع وان

(٩) منطق ارسطو منطق استنباطي بلا شك اذا نظرنا الى المنطق الاستنباطي على أنه يحوي قواعد الاستدلال المباشر والاستدلال القياسي ورد الاقيسة ، وقواعد استنباط النظرية الرياضية من مجموعة تعريفات ومبادىء . لكن لا يعتبر منطق أرسطو منطق استنباط اذا أخذنا منطق الاستنباط مرادفاً لنظرية حساب القضايا المعروفة في المنطق الرمزي ، لأن ارسطو لم يشف غليلنا فيها . ولا يعد منطقه منطق استنباط أيضاً اذا نظرنا اليه على انه يضع مجموعة تعريفات منطقية ومبادىء معينة بشكل واضح صريح ثم يستنبط منها نظرياته المنطقية .

(١٠) An . . Post ˙ , 76 b 35 - 40

(١١) W˙ D. Ross, Aristotle, Methuen 5 rh ed. revised , 1949,P. 43

كان هذا الواقع يؤيده [١٢] . أما الفرض فهو قضية تقرر واقعه يمكن استنباط نتائج منها ، كافتراض أن أي خط يجب أن يكون ذا طول معين؛ يلاحظ أرسطو ان الفرض أقل وضوحاً من المبدأ ومن ثم يمكن البرهان عليه لكن المعلم يسوقه دون برهان ويمكن البرهنة عليه في سياق آخر غير العلم الذي يأتي فيه . من هذه التعريفات والمبادىء والفروض يمكن إستنباط قضايا هي النظريات . نلاحظ وجه شبه بين أسس النسق الإستنباطي عند أرسطو وإقليدس : اتفقا في البدء بتعريفات ؛ وأن ما سماه إقليدس « أفكار عامة » هو ما رآه أرسطو « مبادىء » ، أما « المصادرات » عند إقليدس فهي قريبة من معنى الفروض عند أرسطو . فاذا عرفنا أن إقليدس كان في الثامنة من عمره حين مات أرسطو ، ونعلم أيضاً أنه تلقى تعليمه في أكاديمية أفلاطون ، لكننا نعلم أيضاً أن طريقة الإستنباط التي اتبعها كتاب المبادىء تستند في جانب منهـا إلى الجدل الايلى ونظريات الأورجانون ؛ يمكننا في ضوء هذه الوقائع أن نفترض إستفادة إقليدس من التحليلات الثانية حين وضع الهندسة علماً إستنباطياً .

ب بالرغم من أن أرسطو هو الذي وضع أسس النسق الإستنباطي — في أول صوره — فإنه لم يستطع إقامة منطقه نسقاً إستنباطياً . يمكن حصر المنطق الأرسطي — متجاهلين الجزء الخاص بالقضايا الموجهة — في أربع موضوعات رئيسية : (١) التقابل بين القضايا ويشمل قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد [١٣] ، (٢) الإستدلال المباشر ويشمل قواعد العكس ونقض المحمول وعكس النقيض ، (٣) القياس بأشكاله وضروبه وقواعد إنتاجه ، (٤) رد الأقيسة وهو البرهان على صحة ضروب

---

(١٢) Ibid

(١٣) مربع ارسطو — كشكل مرسوم — ليس من وضع أرسطو ، وانما من وضع الشراح. لكن ارسطو كتب قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد . انظر :
Kneale , op . eit., P. 56

الشكلين الثاني والثالث باستنباطها من ضروب الشكل الأول [١٤] . ويلاحظ أن أرسطو لم يضع هذه النظريات في نسق استنباطي ، وهاك بعض الشواهد:

(١) لم يذكر أرسطو في صراحة ووضوح ومنذ البدء قائمة التعريفات والمبادىء ، والمصادرات بالنسبة لكل نظرية من النظريات السابقة ، ولا بالنسبة للنظريات كلها كما لو كانت نظرية واحدة .

(٢) وضع أرسطو قوانين كل نظرية من النظريات الثلاثة الأولى السابق ذكرها ، منفصلاً بعضها عن بعض ، ولو قد نظر إلى منطقه كنسق لربط بينها وحذف منها ما كان تكراراً . خذ القوانين الثلاثة الآتية : إذا كان ب محمولاً على كل أ فإن ب محمول على بعض أ (أحد قوانين التقابل) ، إذا كان ب محمولاً على كل أ ، و أ محمولاً على كل حـ ، فإن ب محمول على كل حـ (الضرب الأول على الشكل الأول) ، إذا كان ب محمولاً على كل أ ، و حـ محمولاً على كل أ ، فإن ب محمول على بعض حـ (الضرب الأول من الشكل الثالث) ، إذا أخذنا هذه القوانين الثلاثة واعتبرناها مقدمات أولية لنسق منطقي بمعنى أنه يمكن إستنباط قضايا منها أكثر تعقيداً — كما فعل أرسطو نفسه — لوجدنا أن القانون الثالث لغو حيث يمكن اشتقاقه من القانونين الأول والثاني [١٥] .

(٣) حيث يبرهن أرسطو على صحة الشكلين الثاني والثالث من القياس باستنباطهما من ضروب الشكل الأول ، يأخذ ضرباً مناسباً من الشكل الأول

(١٤) اشكال القياس عند ارسطو ثلاثة لا أربعة . وليس صحيحاً أن جالينوس هو الذي وضع الشكل الرابع ، ويقال ان ابن رشد هو صاحب هذا القول . نعم تحدث جالنوس (في القرن الثاني الميلادي) عن أشكال أربعة للقياس لكن الشكل الرابع لم يكن قياساً أرسطياً وانما لقياس مركب من أربعة حدود . وليس ذلك هو الشكل الرابع التقليدي . المرجح أن هذا الشكل من صياغة شخص ما مجهول الاسم بعد القرن السادس الميلادي . أنظر :

Lukasiewicz, op. cit., pp. 38 - 41.

(١٥) قارن : P. F. Strawson , Introduetion to Logical Theory , Methuen , London , Ist ed. , 1952 , Paperb . ed. 1963 , p. 160 .

كمقدمة أولية يستنبط منه الضرب المطلوب ردّه ، وتستلزم عملية الرد أيضاً إستخدام بعض قواعد التقابل و الإستدلال المباشر ، ومن ثم نعتبر هذه القواعد وبعض ضروب الشكل الأول مبادىء للبرهان المطلوب . لكن أرسطو – وهو يقوم بعملية الرد – لا يضع في وضوح تلك المبادىء قبل البدء في البرهان .

جـ – نلاحظ أن فكرة اقامة المنطق نسقاً استنباطياً لم تقم في أذهان المناطقه إلاّ بعد منتصف القرن التاسع عشر، حين تطور البحث في الهندسات اللاإقليدية ، وحاول الرياضيون وضع أسس النسق الاستنباطي كي يقيموا الهندسة نسقاً استنباطياً محكما ، ثم انتقلت الجهود الى جعل عدم الحساب نسقا [١٦] . كان المنطق في ذلك الوقت قد نشأ وبدأ يتطور ؛ فكر أصحابه حينئذ في اقامته نسقا استنباطياً هو الآخر ، ونشأ السؤال في أذهان بعض المناطقة الرمزيين عما إذا كان يمكن وضع منطق أرسطو في نسق استنباطي. يعد لوكاشيفتش من أبرز من قاموا بهذه المحاولة [١٧] .

٩ – ارسطو ولوكاشيفتش

أ – ادرك لوكاشيفتش ان ارسطو لم يضع منطقه في نسق استنباطي،

---

(١٦) نعم لقد تمكن فييت من اقامة علم الجبر في القرن السادس عشر كما تمكن ديكارت من اقامة الهندسة التحليلية في القرن السابع عشر ، لكن لم ينظر أي منهما أو غيرهما في ذلك العصر نظرة نقدية الى الهندسة الاقليدية ، كما انهما لم يحاولا اقامة الهندسة أو الجبر في نسق استنباطي محكم . نعم شغل ديكارت بمنطق الاستنباط لكنه من جهة ثار على القياس الارسطي الذي هوأحد نماذج الاستنباط ، ومن جهة أخرى كان يستخدم الاستنباط بمعنى الانتقال من حقيقة حدسية إلى حقيقة حدسية أخرى بطريق مباشر ولم يستخدمه بالمعنى المنطقي الدقيق الذي ينطوي على تطبيق قواعد معينة . لقد بدأ ليبنتز حقاً محاولة أوليه لجعل منطق الأصناف نسقاً إستنباطياً كما سنرى .

(١٧) لوكاشيفتش (١٨٧٨ – ١٩٥٦) أحد أعلام المنطق الرمزي من البولنديين ، له إضافات هامة وأبحاث كثيرة أصيلة في المنطق الرمزي . توصل إلى قوائم الصدق عام ١٩٢٠ مستقلاً عن بوست Post وفتجنشتين . عين أستاذاً في جامعة دبلن بعد الحرب العالمية الثانية .

لكنه أدرك أيضاً أن بذلـــك المنطق مقوّمات النسق ، اعتماداً على كتابات أرسطو نفسه . يبدو أن لوكاشيفتش وضع اصابعه على الأفكار الارسطيـــه الآتية .

١ – اقام ارسطو تصنيفه الرباعي للقضية الحمليه على بضع افكار اعتبرها واضحه لا تحتاج الى تعريف مثل السور الكلي والسور الجزئي والسلب مما نعبر عنها بكلمات «كل» ، «بعض» «لا» ، على التوالي .

٢ – عرف ارسطو فكرتي الربط والتضمن حين صاغ الاقيسه ، ومن ثم عرف القضية المركبة التي تحوي الربط والشرط ، مما نعبر عنهما بواو العطف واداة الشرط.

٣ – رأى أرسطو في مبدأ الهويه principle of identity ،أخذ القوانين الأساسية للفكر وأنه لا يقبل البرهان وإن كنا نستخدمه في البرهنة (١٨) .

٤ – لم يبرهن أرسطو على قوانين التقابـل والعكس بطريق القياس وإنما برهن على بعضها بطريق البعض الآخر ، ممـــا يوحي بأنها في نظره مقدمات أولية . نلاحظ ايضاً انه كان يستخدم هذه القوانين في رد الأقيسه .

٥ – كان ارسطو إذا اراد البرهان على ضرب مامن ضروب الشكلين الثاني أو الثالث فإنـــه يستنبطه من ضرب مناسب من ضروب الشكل الأول ، كما رأى امكان رد الضربين الثالث والرابع من الشكل الأول إلى الضربين الأول والثاني منه . يوحي ذلك ان أرسطو كان ينظر الى الضربين الأول والثاني من الشكل الأول على أنهما مقدمات أولية في نظرية الرد (١٩) .

---

(١٨) Topica, VII, 1, 152 a 30

(١٩) تقوم نظرية رد الأقيسة على تقسيم الأقيسة إلى نوعين: قياس تام perfect syllogism وقياس ناقص imperfect syllogism . التام مـــا يكون واضحاً بذاته ولا نحتاج لإدراك ضرورته إلى مقدمة غريبة على مقدمتيه ، والناقص ما يحتاج إلى مقدمة أخري لإدراك ضرورته ، وذلك يعني أن القياس الناقص محتاج لبرهان . رأى أرسطو أن الشكل الأول للقياس قياس تام ، بينما الشكلان الآخران ناقصان . أنظر : An Pr. i. I, 24 b22, 26 b29

ب – قد تكون هذه الافكار أو غيرها مما اعتبره لوكاشيفتش المادة الخام في كتابات ارسطو لاقامة منطقة نسقا استنباطياً . يعطينا لوكاشيفتش في كتابه **القياس الأرسطي من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث** صوراً متعددة للنسق الأرسطي ، نذكر هنا أحدها :

١ – أربعة ثوابت منطقية : « كل – يكون – » (All — —) ، «لا – يكون –» ، «بعض – يكون – » ، ' بعض – لا يكون ' . في كل ثابت مكانان خاليان يُملآن بحدود ، وحدود كلية فقط ، يتألف التصنيف الرباعي للقضية الحملية من تلك الثوابت وقيم المتغيرات التي تدخل عليها .

٢ – ثلاثة ثوابت منطقية اخرى : ' لا ' ، ' و ' ، ' إذا ... حينئذ ' .

٣ – الثابتان ' كل – يكون – ' ، ' بعض – يكون – ' حدود أولية لا معرفة ، بواسطتها يمكننا تعريف الثوابت الأخري .

٤ – ثلاثة مبادىء : مبدأ الهوية ، قانونان من قوانين العكس (اثنان من القوانين الثلاثة لعكس ك م و ك س و ح م) ، الضربان الاول والثاني من شروب الشكل الاول للقياس (٢٠) .

خلاصة ما يراه لوكاشيفتش أنه إذا أردنا وضع منطق ارسطو – وبمعنى أدق نظريتي القياس والرد – في نسق استنباطي ، يمكن البداية بفكرتين لا معرفتين (كل ، بعض) ، وثلاثة تعريفات لا ، و ، اذا ، وخمسة مبادىء ،

---

(٢٠) Lukasiewicz, op. cit., pp. 45-8, 72-3

يمكننا بواسطتها استنباط الضروب الاخرى من الشكل الأول وكل ضروب الشكلين الآخرين [٢١]

١٠ – خاتمة

يمكننا الآن الاجابة عن المدى الذي يكون ارسطو قد بلغه في اقامة منطق رمزي . لقد قطع شوطاً محدوداً في اقامة منطق رمزي. استخدم نوعاً واحداً من الرموز ، وهي رموز المتغيرات للحدود ، ولم يستخدم متغيرات ترمز إلى القضايا إلا من النادر . لم يدرس الثوابت والأسوار دراسة جادة ، وبالتالي لم يضع لها رموزاً . وقد سبق القول أنه لم يضع منطقه في نسق استنباطي بالمعنى الذي عهدناه – على الأقل – في هندسة اقليدس. فإذا انتقلنا إلى مدى مساهمة ارسطو في نظريات المنطق الرمزي الاربعة ، أمكننا القول إنه لم تكن له مساهمة تستحق الذكر في أقامة نظرية « حساب القضايا » لأنها تقوم على دراسة عميقة للثوابت والقضايا المركبة ، وهي دراسة لم يعالجها أرسطو . ولم تكن له مساهمة تذكر في إقامة نظرية « حساب المحمول » لأنه لم يدرس الاسوار ، كما أنه لم يهتم بدراسة القضية الشخصية والقضية الوجودية الاهتمام المرتقب [٢٢] ، ولم تكن له مساهمة فعالة في اقامة نظرية العلاقات لاستبداد القضية الحملية به . لكن يمكن القول أن منطق ارسطو ليس إلا

---

(٢١) تجد محاولات أخرى لوضع نظريتي القياس والرد عند ارسطو في نسق استنباطي ، حيث تختلف مقدمات النسق عما أورده لوكاشيفتش انظر:

P . F . Strawson , Introduction to Logical Theory, Methuen, 1st ed. 1952, paperback ed., 1963, pp. 152-63

وأيضاً :

D . Mitchell , An Introduction to Logic , Hutchinson, London , 1st ed , 1962, 2nd ed., 1964, pp. 30-44

(٢٢) انظر الفقرة ٨٨ هامش ١٢ .

جزءاً ضئيلا من « نظرية الاصناف » وكانت نظريته في القياس أكثر اهتماماً بدراسة قواعد الربط الصحيح بين ثلاثة « حدود » أو « أصناف » منهـا بدراسة قواعد الاستنباط بين قضايا . نظرية القيـاس جزء صغير من نظرية الاصناف بمعنى أن الثانية تحوى الأولى وتزيد عليها . وبالرغم من كل ذلك فإن لأرسطو الفضل الأول في فتح باب الصورية والرمزية في المنطق [٢٣] .

---

(٢٣) قارن :

ukasiewicz, op. cit., p. 48

وأيضاً :

Mitchell, op. cit., 19-20, 48

وأيضاً :

A. Tarski, Introdaction to Logic, pp. 19, 76

الفصل الثالث

المنطق الميغاري والرواقي

١١ – مقدمة :

أ – في الوقت الذي ازدهرت فيه المدرسة المشائيه في حياة أرسطو ، كانت هنالك مدرسة أخرى ، ذات شأن ، هي الميغارية ، وقد أسسها إقليدس (٤٥٠ – ٣٧٤ ق.م) [١] – أحد تلاميذ سقراط وصديق افلاطون. درس فلسفة بارمنيدس (٥٤٠ – ٤٧٠ ق.م) وعاصر زينون الايلي(٤٩٠–٤٣٠ ق.م) الذي سبقه إلى أخذ العلم عن بارمنيدس. له نظريات في الاخلاق والميتافيزيقا ، ولا يعنينا هنا أمرها ، وقد أخذ بها تلاميذه واتباعه ، كما عنوا أيضاً بالمنطق . وكان للميغارية زمن ارسطو شأن كبير ، لدرجة أنه كان يشير إلى آرائهم الميتافيزيقية مهاجما [٢] . ويقال إن يوبوليدس Eubulides أحد تلاميذ إقليدس كان يعارض ارسطو في بعض آرائه المنطقية . لمع من الميغاريين في أواخر القرن الرابع وأوائل الثالث قبل الميلاد ديودورس كرونس

---

(١) اقليدس الميغاري غير اقليدس الهندسي .

(٢) هاجم ارسطو الميغاريين لإنكارهم مثلاً التمييز بين القوة والفعل انظر :
Met', 1046 b 28-30

وتلميــذه فيلون philo – وهو غير فيلون الفيلسوف Diodorus Cronus الاسكندراني (٣٠ ق م – ٥٠ م)، وقد طوّرا معا آراء استاذهم الميتافيزيقية وأخذا الجدل الايلي عن السابقين من زملائهم في المدرسة. أثارت قراءتهما لحجج زينون الايلي فتح باب منطق القضيــة الشرطية ، وسوف نعرف بعــد قليل ان فيلون الميغاري أول من اهتم اهتماماً خاصاً بالقضايا المركبه وبالقضية الشرطية بوجه خاص ، ووضع قواعد صدقها وكذبهــا ؛ وبذا سبق المنطق الصوري الحديث في ادراك اهمية القضية المركبة ودالّة الصدق.

ب – ستلبو Stilpo ميغاري متأخر تتلمذ عليــه زينون Zeno ٣٣٦ – ٢٦٤ ق م) الذي انفصل عن استاذه وأنشأ مدرسته الخاصة المعروفة بالرواقية ، وواضح أن المدرسة الميغارية لم تعمر طويلاً بعد القرن الثاني قبل الميلاد ، بينما ازدهرت المدرسة الرواقية عدة قرون بعد الميلاد ، وكم كانت نشطة أيام ماركوس أوريليوس (١٢١ – ١٨٠) . للمدرسة تعاليمهــا الاخلاقيــة والميتافيزيقية وأخذت عن اساتذتهــا الميغاريين منطقهم الإيلي ، وقد طور الرواقيون أبحاث الميغاريين في الشرطيات وزادوا عليهــا . وكريسيپوس Chrysippus (٢٨٠ ٢٠٧ ق.م) أهم الشخصيات الرواقية المنطقية ، وهو خليفة كليانتس cleanthes (٢٦٤ – ٢٣٢ ق.م) الذي أخذ رأساً عن زينون مؤسس المدرسة (٣)

حـ – عاصرت المدرسة الرواقية المدرسة المشائية ، وازدهرتا معاً، وكانت المنافسة بينهما شديدة ، وبخاصة في المنطق . كان بعض زعماء المشائين – مثل الاسكندر الافروديسي – يعتبرون الرواقيين خوارج على منطــق ارسطو ، ولكنهم أساءوا فهم الرواقيين . نعم اختلف الرواقيون مع ارسطو في بعض نظرياته المنطقية ، إلاّ أن الأختلاف لم يصل إلى حدّ الثورة عليه .

---

(٣) انظر :
W. Kneale & M. Kneale, The Developement of Logic, pp 113-117

لا يسمح القياس الارسطي عندهم بزيادة لمستزيد ، ومن ثم لم يعرضوا له ، غير انهم رأوا أن هنالك موضوعات لم يبحثها ارسطو بحثاً كافياً مثل القضية والأقيسة الشرطية والنظر إلى المنطق كنسق استنباطي ، وأرادوا استكمال ذلك . والمنطقان الارسطي والرواقي في الواقع يكمل أحدهما الآخر ، وقد كان هذا التكامل أمراً مألوفاً منذ عهد مبكر وامتد إلى العصر الوسيط . كان جالينوس galen في القرن الثاني الميلادي وبويس Boethius في القرن السادس يشرحان بعض نظريات ارسطو مستخدمين أفكاراً رواقية . والمنطق التقليدي في جملته يطلق على نظريات ارسطو وما أضيف اليها من شروح واضافات من المشائين والرواقيين ومناطقة العصر الوسيط .

د – ومصادرنا عن المنطق الميغاري والرواقي غير مباشرة ، وصلتنا أخبارهم عن مؤلفين ، بعضهم رواقيون أو مؤرخون لهم ، أو حتى خصوم يذكرون آراءهم لتفنيدها . ومن ابرز هذه الشخصيات جالينوس وهو مشائي أكثر منه رواقي ، وكثيراً ما ضمّن آراءه نظريات رواقية ، وسكستوس امبريكس من شكاك القرن الثالث الميلادي الذي عرض المنطق الرواقي لدحضه ، وديوجين لائرتيوس Diogenes Laertius الرواقي المتحمس ، والاسكندر الافروديسي المشائي وخصم الرواقية الشديد .

١٢ – منطق الشرطيات قبل الميغاريين .

ا – يُذكر للمنطق الرمزي دراسته المستفيضة للقضية المركبة والثوابت المنطقية ودالات الصدق ، كما يذكر له إقامته المنطق نسقاً استنباطياً . وقد توسع الرواقيون في هذه الموضوعات ، وساهموا مساهمة فعالة في « حساب القضايا » . وسبق لنا أن أشرنا إلى انهم تتلمذوا الميغاريين ، وجعل الطرفان الجدل الأيلي نقطة بداية بحثه ، وما قاله زينون الايلي كان مثيراً لانتباه الميغاريين .

ب – كان زينون الايلي يستخدم البراهين لدحض مذهب الكثرة الميتافيزيقي Pluralism ، وكان يتخذ الصورتين التاليتين : (١) إذا كان ا هو ب ، فإن حـ هو ى ؛ وإذا كان ا هو ب ، فإن حـ ليس ى ؛ من المحال إذن أن يكون ا هو ب . (٢) إذا كان ا هو ب فإن حـ هو ى ، لكن حـ ليس ى ، إذن ا ليس ب . تسمى الصورة الأولى من البرهان « الرد إلى المحال » reduction ad impossibile والصورة الثانية « برهان الخلف » reductioad absurdum أو « حالة الرفع » modus tollens [٤] .

حـ – لم يفرد ارسطو بحثاً مستقلاً للقضايا والاقيسة الشرطية ، لأنه اعتبر الحملية النوع الاساسي للقضية ، والقياس الحملي النوع الاساسي للبرهان ؛ وبالرغم من ذلك نجد عنده نقطتين على الأقل كانتا مادة لبحث المناطقه من بعده في الشرطيات ، وهما (١) صياغته القياس في صورة قضية شرطية متصلة ، تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدّم ، وتعبر النتيجة عن التالي ، وفي ذلك يقول ارسطو :

« حين يرتبط ثلاثة حدود أحدهما بالآخر ، بحيث يكون الأخير محتوى من الأوسط كاحتواء [الجزء] في الكل ، والأوسط محتوى في الأول أو مستبعداً منه كاحتواء [الجزء] من الكل أو استبعاده منه ، فان الحدين المتباعدين يجب أن يرتبطا في قياس تام ... إذا كان ا محمولا على كل ب و ب محمولا على كل حـ فان ا يجب أن تحمل على كل حـ » (٥) .

(٢) يستخدم أرسطو صورة القياس الشرطي المتصل دون أن يعترف به كصورة من صور القياس ، في معرض اثباته انه لا يمكن استنتاج نتيجة كاذبة

---

(٤) Ibid , pp. 7, 128

(٥) An. Pr., i. 4, 25 b 32-39

من مقدمتين صادقتين في قياس ، وان كان يمكن استنتاج نتيجة صادقة من مقدمتين كاذبتين ، يقول : « . إذا كان من الضروري أن ب يجب أن يكون [صادقاً] حين يكون أ صادقاً ، فان من الضروري أن أ يجب ألا يكون [صادقاً] حين لا يكون ب [صادقاً] » ، ويقدم ارسطو نفس البرهان في صورة أخرى فيقول : « ... حين يرتبط شيئان أحدهما بالآخر فانه إذا كان الأول ، كان الثاني بالضرورة ، لزم انه اذا لم يكن الثـــاني يجب ألا يكون الأول » (٦) يتبين من النقطة الاولى التي أوردناها أن أرسطو عرف صيغة القضية الشرطية المتصلة . ان كان لم يقدم فيها بحثاً منطقياً كما فعل في القضية الحملية ، ويتبين من النقطة الثانية ان ارسطو استخدم القياس الشرطي المتصل ، من النوع الذي تكون نتيجته نافية للمقدّم ، ما سماه التقليديون برهان الخلف أو حالة الرفع ، وقد سبق لزينون أن صاغه . ان الصورة التي تألفها لهذا النوع من البرهان هي انه ، إذا كان أ هو ب ، كان حـ هو ى لكن حـ ليس ى ، اذن أ ليس ب » . ويلاحظ أن حروف الهجاء في الصيغة الأخيرة متغيرات ترمز إلى حدود ، بينما ترمز في نص ارسطو السابق الى قضايا . وبالرغم من استخدام أرسطو للقياس الشرطي المتصل فانه لم يحصى كل صوره ولا قواعد انتاجها .

١٣ – فيلون والقضية الشرطية .

برع من الميغاريين في المنطق كما قدمنا شخصيتان همـــا كرونس وفيلون وأبحاث الأول المنطقية كانت ممزوجة بميتافيزيقاه في حين كانت أبحاث الثاني منطقية خالصة . فيلون أول من بحث في القضايا المركبة بحثاً منطقياً صادقاً

---

(٦) An. Pr., ii, 1, 53 b 12-14 ; ii, 4, 57 b 2-4
قارن أيضاً:
Lukasiewicz, op. cit., p. 49

في العالم القديم ، واقتصر على أحد انواعها وهو القضية الشرطية المتصلة ، وضع قواعد صدقها وكذبها اذا عرفنا صدق جزئيها أو كذبها ،وبهذا استبق المنطق الرمزي في « دالة الصدق » truth - function وقائمة الصدق ، truth - table دون استخدام هذه التعبيرات. عرف فيلون بوضوح ان للقضية الشرطية المتصلة حالات اربعة تتعلق بامكان صدقها وكذبها: تصدق الشرطية حين يصدق مقدمها وتاليها ، أو حين يكذب مقدمها وتاليها، أو حين يكذب مقدمها ويصدق تاليها ، وتكذب حين يصدق مقدمها ويكذب تاليها ،وصاغ فيلون هذه القواعد الاربعة كما يلي :

« تكون الشرطية صادقة حين تبدأ بصدق وتنتهي بصدق ، مثال : اذا كان النهار كان الضوء ، وتكون صادقة ايضاً حين تبدأ بكذب وتنتهي بكذب ، مثال : إذا كانت الأرض تطير فلها اجنحة ، وبالمثل ، فان الشرطية التي تبدأ بكذب وتنتهي بصدق هي ذاتها صادقة ، مثال : اذا كانت الأرض تطير فهي موجودة ، تكذب الشرطية فقط حين تبدأ بصدق وتنتهي بكذب ، مثال : إذا كان النهار كان الليل » (٧)

نستنتج من هذا النص أن فيلون وصل الى تعريف « دالة التضمن » implicative function بكل وضوح : القضية الشرطية المتصلة الصادقة هي ما يكون مستحيلا ان يصدق مقدمها ويكذب تاليها ، وعرف فيلون صورة القياس الشرطي المتصل من النوع الذي نتيجته تثبت التالي ، أو ما سماه التقليديون من بعد (حالة الوضع) modus ponens ؛ الصيغة المألوفة لهذه الصورة من البرهان هي : إذا كان ا هو ب ، كان حـ هو ى لكن ا هو ب ، اذن حـ هو ى ، وصيغة أخرى لنفس البرهان إذا كان ا هو ب ، كان حـ هو ى تعني أن من المستحيل ان تصدق القضية ا هو ب

(٧) انظر : Kneale, op. cit., pp. 129-132
قارن : Tarski, Introduction to Logic etc., p. 27 n.

وتكذب القضية حـ هو ى . نلاحظ أن الصورة السابقـة للقياس الشرطي المتصل هي ما عوفه فيلون وسجل قراعدهـا ، لكنه لم يتوجه الى الصورة الأخرى لهذا القياس بالعناية – نعني برهان الخلف – رغم أنها كانت مألوفة عند زينون وارسطو. ونلاحظ اخيراً أن فيلون لم يضع نقطته في قالب رمزي.

١٤ – الرواقيون والقضايا المركبة

أ – لن نعرض هنا منطق الرواقيين بتفصيل (٨) ، وانما نجتزىء من آرائهم ما نعتبره بذور المنطق الرمزي ، ونشير إلى نقطتين : استخدامهم للرموز ، ونظرتهم الى المنطق كنسق استنباطي . لقـد أدرك الرواقيون ضرورة التخلي عن لغة الحديث في الكتابة المنطقية كي يكون المنطق صوريا الى أبعد حد ، فاصطنعوا الرموز. لم يستخدموا حروف الهجاء رموزاً للحدود كما كان الحال عند ارسطو ، وانما استخدموا الاعداد الترتيبية ordinal numbers رموزاً للقضايا (٩) ؛ فمثلا حين يصوغ كريسيپوس القياس الشرطي المتصل في صورة اثبات التالي (حالة الوضع) يتخذ الصورة : « اذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن الأول ، اذن الثاني »

(١٠)(if the first then, the second. but the first, therefore the second)

ب – قدم الراوقيون بحثاً أوفى من الميغاريين في القضية المركبة وتناولوا أنواعاً من القضايا المركبة الى جانب القضية الشرطية المتصلة التي عنى بها فيلون

---

(٨) تجد مزيداً من تفصيل عن المنطق الرواقي باللغة العربية في كتاب : عثمان امين ، الفلسفة الرواقية ، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر ، القاهرة ، الطبعة الأولى ١٩٤٥ . وأيضاً :
W. Kneale and M. Kneale, The Development of Logic, London, 2nd. ed., 1964

(٩) للرمز الى القضية بالعدد الترتيبي أصول عند ارسطو ، انظر الجزء الأخـير من الفقرة ١٢ جـ .

(١٠) Kneale, op. cit., p. 159

وعنوا عناية خاصة بالثوابت المنطقية ، وكانوا يسمونهـا « الروابط » connectives . عرف الرواقيون – كريسيبوس وتلاميذه– الروابط الآتية: « اذا ... » ، « و » ، « إما ... أو ... » ، « حيث أن .. » since ، « لأن » ، « ليس ... و... معا » (not both ... and ...) وغيرها[١١].

ووضعوا للقضية المركبة التي تحوى واحدة من تلك الروابط قواعد صدقهـا وكذبها ، وحدّدوا معاني هذه الروابط . لقد قبل الرواقيون قاعدة فيلون لصدق القضية الشرطية المتصلة السابق ذكرها[١٢] ، لكنهم أضافوا الكثير الى فيلون . عرفوا القضية المركبة التي تحوى «الربط» conjunction (وهو ما نعبر عنه بواو العطف) بانها نكون صادقة حين يصدق عنصراها معـاً ، وإلا تكون كاذبة ؛ عرّفوا القضية المركبة التي تحوي «الفصل» disjunction (الذي نعبر عنه بالكلمة «أو») بانها تكون صادقة حين يكون أحد العنصرين صادقاً لكنهم لم يسمحوا بصدق القضية اذا صدق كلا العنصرين ، أما الرواقيون المتأخرون فانهم أباحوا صدق القضية المركبة الفاصلة اذا صدق أحد عنصريها أو صدقهما معا[١٣] ، وسوف ترى أن جيڤونز سوف يأخذ المعنى الثاني للفصل ، ومن ورائه المناطقة الرمزيون جميعاً ما عدا ڤن Venn .

وبالرغم من أن الرواقيين عرفوا متغيرات القضايا ووضعوا لها رموزاً ، وعرفوا الثوابت المنطقية ، فانهم لم يضعوا لهذه رموزاً . ومما هو جدير بالذكر أن دراسة الرواقيين لثابت الفصل سوف تفتح لهم باب بحث منطق القضايا الشرطية المنفصلة ، وذلك أول عهدنا بدراسة جادة له .

١٥ – كريسيپوس والنسق الاستنباطي

ا – رأينا أنه يرجع الى الرواقيين الفضل الاول في استخدامهم المتغيرات

---

(١١) Ibid., pp.147-8, 161

(١٢) Ibid., pp. 149, 162

(١٣) Ibid., p. 160

رموزاً للقضايا على نحو متسق وفي بحثهم أكثر من فيلون في الثوابت المنطقية وقواعد صدق القضايا المركبة بمختلف أنواعها ، يرجع اليهم الفضل أيضاً في اقامتهم المنطق نسقاً استنباطياً . بعد أن قدموا تعريفات للثوابت في وضوح وصراحة ، وضعوا مقدمات أولية منها يمكن استنباط قضايا أخرى ، لقد سمّى كريسيپوس هذه المقدمات « صوراً استدلالية » inference schemata ، وسماها أيضاً « ضروباً أولية لا تقبل البرهان » basic or indemonstrable moods وأحصي منها خمسة . رأى انها اولية بمعنى انه لا توجد صور أخرى سابقة عليها في عملية الاستدلال ، ولا تقبل البرهان بمعنى انها حقائق منطقية logical truths . ليست هذه الصور الاستدلالية ضروباً بمعنى انهـا صور متعددة للاستدلال ، وإنما بمعنى أنه يمكننا اعتبارها « قواعد استدلال » ، وذلك أول عهدنا بوضع قواعد الاستدلال في صراحة ووضوح قبل البدء باي برهان . نعم عرف ارسطو بعض هذه القواعد لكنه لم يضعها منذ البدء في وضوح قبل الشروع في براهينه . لم يكن يدرك الرواقيون في عملهم أنه مجددون وإنما أدركوا فقط انهم يقدمون الصور العامة للقياس الشرطي المتصل والمنفصل (١٤) . نسجل تلك الصور الاستدلالية فيما يلي :

(١) إذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن الأول ، اذن الثاني .

(٢) إذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن ليس الثاني ، إذن ليس الأول .

(٣) ليس الأول والثاني معاً ، لكن الأول ، إذن ليس الثاني .

(٤) اما أن يكون الأول أو الثاني ؛ لكن الأول ، إذن ليس الثاني .

(٥) اما أن يكون الأول أو الثاني ؛ لكن ليس الثاني، اذن الأول (١٥).

(١٤) قارن : Lukasiewicz, Aristotle's Syllogistic, p. 48

(١٥) Kneale, op. cit., pp. 162-3

نلاحظ أن الصور ١ ، ٢ تعبران عن القياس الشرطي المتصل بنوعيه ، وان الصور ٤ ، ٥ تعبران عن القياس الشرطي المنفصل بنوعيه ، وذلك أول عهدنا بتعبير صريح عن صور القياس الشرطي المنفصل . اما الصورة ٣ فإنها تعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد ، ونعبر عنه بالكلمات « ليس كلاهما معاً » وسوف يتجاهل المناطقة هذا الثابت إلى ان يبعثه پيرس في اوائل هذا القرن ، ويأخذه شفر sheffer ويقترحه لتعديل نظرية اصحاب البرنكيبا في حساب القضايا [١٦] .

ى — لم يكتف الرواقيون بوضع تلك الصور الاستدلالية ، وانما جعلوها مقدمات أولية يبدأون منها البرهان على نظريات منطقية ، وذلك أول عهدنا بتصور النسق الاستنباطي في المنطق . لقد كتب كريسيپوس عدداً هائلاً من النظريات المستنبطة من تلك المقدمات الخمسة ، لكن التاريخ أبقى منها ستة فقط ، نذكر منها الاربعة الآتية على سبيل المثال ؛ ونسمى تلك الصور الاستدلالية « مبادىء » فيما يلي :

١ — « إذا كان الأول ، فإنه إذا كان الأول ، كان الثاني ، لكن الأول ، إذن الثاني » .

يمكننا اشتقاق هذه القضية (أو النظرية) من المقدمات السابقة على النحو التالي : إن المقدمة المركبة « إذا كان الأول فإنه إذا كان الأول كان الثاني » مشتقة من القضية « إذا كان الأول كان الثاني » مبدأ (١) . أما القضية « لكن الأول إذن الثاني » فإنها مشتقة ايضاً من نفس المبدأ .

(٢) « إذا كان الأول والثاني ، كان الثالث ، لكن ليس الثالث ، ومن جهة اخرى [نثبت] الاول ؛ إذن ليس الثاني » .

إذا اعتبرنا « الأول والثاني » قضية واحدة مركبة ، تصبح المقدمة الأولى

---

(١٦) انظر الفصل الرابع عشر ، الفقرة ٧٧ حـ .

والثانية مشتقتين (مبدأ ٢) . وإذا اخذنا المقدمة الثالثة مع الأولى والثانية نصل إلى النظرية باستنباطها من المبدأ ٣ .

(٣) «إما أن يكون الأول أو الثاني أو الثالث ، لكن ليس الأول ، وليس الثاني ؛ إذن الثالث». يمكن استنباط هذه النظرية من المبدأ (٥) على مرحلتين:

أ – إذا اعتبرنا «الثاني أو الثالث» قضية واحدة، فإذا اخذناها مع المقدمة «ليس الأول» ، أمكن استنتاج «الثاني أو الثالث» ، المبدأ (٥) .

ب – إذا اخذنا «الثاني أو الثالث» مع «ليس الثاني» أمكن استنتاج «الثالث» مبدأ (٥) .

(٤) «إما ان يكون الأول أو لا يكون الأول ؛ إذن لالا الأول» .

يمكن استنباط هذه النظرية مباشرة من مبدأ (٤)، وذلك بوضع «لا يكون الاول» مكان «الثاني» . نلاحظ هنا أن الرواقيين ادركوا ان السلب المزدوج مساو للايجاب [١٧] .

١٦ – خاتمة

لقد قدم زينون الايلي أول لبنة في منطق القضايا الشرطيه ، حين صاغ ما سمّي من بعد القياس الشرطي المتصل في حالة الرفع modus tollens او برهان الخلف ، وبالرغم من أنه مؤسس علم الجدل – كما قال ارسطو – فانه كان مهتماً بمذهبه الميتافيزيقي أكثر من اقامة نظرية منطقية . أما أرسطو فقد استخدم الصورة السابقة من القياس الشرطي المتصل في براهينه على أقيسته الحملية ، دون أن يفرد لمنطق الشرطيات مكانة مستقلة . إن أول من أسهم في ابراز منطق الشرطيات هو فيلون الميغاري ، إذ وضع قواعد صدق القضية الشرطية المتصلة وكذبها بالنظر إلى صدق أو كذب مقدّمها وتاليها، واستطاع

---

(١٧) قارن : Kneale, op. cit., p. 165 f f

أن يدرك مبكراً ما سوف يسمى في المنطق الصوري الحديث «دالات الصدق» و «قوائم الصدق»، وقادته هذه الصورة من القضية الشرطية إلى صياغة القياس الشرطي المتصل في حالة الوضع modus ponens أما الرواقيون فيرجع اليهم الفضل في اضافات منطقية عديدة: (١) بحثوا في القضية الشرطية المتصلة بنوعيهـــا كما صاغوا لأول مرة القضايا الشرطية المنفصلة بنوعيها، ووضعوا قواعد صدقها وكذبها. (٢) طوّروا استخدام الرموز فوضعوا متغيرات ترمز إلى القضايا. (٣) عرفوا عدداً كبيراً من الثوابت المنطقية ولم يقتصروا على ثابت التضمن فقط، ووضعوا تعريفاتها، لكنهم لم يضعوا لتلك الثوابت رموزاً. (٤) أدت دراستهم للثوابت إلى دراسة القضايا المركبة وقواعـــد صدقها وكذبها، وذلك تطوير حقيقي للمنطق الارسطي. (٥) وأضافوا أثراً آخر حين انبثقت منهم أول بادرة لتصور المنطق نسقاً استنباطياً، وذلك بأن وضعوا – بعد التعريفات – قضايا أولية لا تقبـل البرهان، وأمكنهم بفضلها استنباط قضايا أخرى؛ وفي هذا الضوء يمكن القول إنهم فتحوا الطريق أمام المحدثين لاقامة نظرية حساب القضايا.

الفصل الرابع

ليبنتز رائد المنطق الرمزي

١٧ – مقدمة

ليبنتز G. W. Leibniz (١٦٤٦ – ١٧١٦) من أعظم الفلاسفة المحدثين، وضع مذهبا فلسفيا مكتملا ، يحوى نظريات أصيلة في المنطق والميتافيزيقا والفيزيقا والاخلاق واللاهوت ولا يعنينا من مذهبه الفلسفي هنا إلا ما يتصل بالمنطق ، بل ليس هدفنا الآن عرض نظرياته المنطقيـــة في تفصيل - رغم أهميتها البالغة – وانما ما يتصل منها فقط بملاحظاته على المنطق التقليدي ، تلك الملاحظات التي يمكن اعتبارها مبشرة بالمنطق الرمزى . لقـــد قدّم ليبنتز فكرتين أساسيتين : (١) يمكن للمنطق – حيث منهج البحث فيه – ان يصبح نسقاً استنباطياً على نموذج الهندسة الإقليدية ، أي أن يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباطمن بمجموعة معطاة من تعريفات ومبادىء axioms ومصادرات ؛ (٢) يمكن للمنطق – من حيث لغته وموضوعاته – ان يتخذ علم الجبر نموذجا : لغته الرموز ، وقوامه معادلات وقوانين .

لقد قدم ليبنتز هاتين الفكرتين الأسياسيتين في مجموعة أبحاث ومذكرات خاصة تقع في خمسمائة صحيفة أو تزيد، تركها مخطوطة دون نشر ،وحُفظت

في مكتبه هانوڤر (حيث كان يعمل مستشاراً علمياً وخبيراً في القانون الدولي لدى رئيس تلك المدينة) ، وظلت كذلك مدة قرنين ، حتى قام بنشر بعضها چيرهارت Von C.J. Gerhardt في نهاية القرن الماضي ، ونشر بعضها الآخر كوتيرا L. Couturat في أول القرن . نشر چيرهارت أولا أبحاثه الرياضية– ما نشره ليبنتز من قبل متفرقا وما لم ينشره – في الأعوام ١٨٥٠ -١٨٦٣ في سبعة أجزاء بعنوان : Leibnizens Machematische Schriften ، ثم جمع چيرهارت ثانيا كتبه الفلسفية السابق نشرها متفرقات مع بعض المخطوطات الأخرى عن المنطق ونشرها في الأعوام ١٨٧٥ - ١٨٩٠ في سبعة أجزاء أخرى بعنوان : Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz وقد نشر كوتيرا عام ١٩٠٣ مجموعة أخرى من المخطوطات الفلسفية والمنطقية لم يسبق نشرها بعنوان : Opuscles et Fragments inédits de Leibniz .

١٨ – الأصناف

أ – كان ليبنتز معجباً بالمنطق الأرسطي ، قال عنه إنه « من أروع ما أكتشفه العقل الإنساني » ، وأنه « فن العصمة من الزلل مما يمكن تطويره إلى نوع من الرياضيات الكلية » [١] . كان يرى أن القضية الحملية هي الصورة الرئيسية والوحيدة للقضية ، وأن القضية الكلية تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعها ، وأنه يمكن النظر إلى القضية الشخصية على أنها قضية كلية إذ لا يوجد خلاف منطقي بينهما ، وأن نظرية القياس مثل حيّ للاستنباط . وبالرغم من تقديره للمنطق الأرسطي ، كانت له مواقف عديدة يعدّل بها ذلك المنطق ، كاضافته الى نظرية رد الأقيسة ما لم يرد عند مناطقة العصر الوسيط ، وانه لا يمكن رد كل أنواع الاقيسه الشرطية المتصلة والمنفصلة الى أقيسة حملية. [٢] لن نفصل هنا في تلك

---

(١) Nouveaux Essais Sur L'Entendement Humain, iv, xvii, 4.

(٢) أنظر : Kneale, The Development of Logic, pp. 322 - 5.

المواقف، لكننا نتحدث عن موقفين له نعتبرهما فتحاً جديداً يبشر بمولد المنطق الرمزي: محاولة وضع ما سوف يسمى فيما بعد « جبر الاصناف » ومحاولة جعل المنطق نسقاً استنباطياً .

ب – يمكن للمنطق أن يتخذ الحروف الهجائية رموزاً للحدود ، كما يمكن لقضاياه أن تتخذ صورة معادلات وقوانين على نموذج علم الجبر . لم يرد ليبنتز أن يجعل المنطق فرعاً من الرياضيات وإنما أراد اقامة « حساب منطقي » Calculus ، أي منطق لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين ، لكن لا تنطوي المعادلات والقوانين على علاقات كمية ، بل على علاقات غير كمية ، وبذا توسع في بحث العلاقات المنطقية ، وقد خص بالبحث علاقات الهوية identity والاحتواء inclusion ، وأعطى لكل منها تعريفاً . عرّف الاحتواء تعريفاً من وجهة نظر المفهوم . نقول أن المحمول محتوى في الموضوع إذا دلّ على صفة قائمة فعلاً في تصور الموضوع؛ نقول عن القضية الحمليه « كل ا هو ب » أن ب محتوى في ا ، أو أن ب داخل في معنى ا . ننظر هنا إلى الحدود نظرة من جهة المفهوم أي من جهة ما تدل الحدود عليه من تصورات ، ومن ثم ننظر إلى الاحتواء من نفس الجهة . ذلك متسق مع نظرية ليبنتز أن القضية الحملية إنما هي تحليلية [٣] . لاحظ ليبنتز أيضاً أن العلاقة بين المقدّم والتالي

---

(٣) القضية الحملية عند ليبنتز نوعان : ما موضوعها لفظ عام يدل على نوع أو جنس ، وما موضوعها إسم علم يدل على « جوهر فردي » . نسمي النوع الأول من القضايا « ضرورية » أو تحليلية ، والنوع الثاني « حادثة » contingent أو تركيبية . « كل إنسان حيوان » قضية ضرورية . بينما « سقراط فيلسوف » قضية حادثة . يشترك النوعان من القضايا في أن المحمول في كليهما محتوى في الموضوع predicatum inest subiecto . أما أن المحمول في القضية العامة محتوى في الموضوع فأمر واضح ؛ لكن ليبنتز رأى أن المحمول في القضية الشخصية محتوى أيضاً في موضوعه ؛ يعني أنه إذا عرفنا الموضوع معرفة كاملة ، أمكننا إستنباط كل محمولاته ، ومن ثم تنبثق إحدى نظرياته الميتافيزيقية وهي أن لكل موضوع عدداً لا متناهياً من الصفات ترتبط بماضيه وحاضره ومستقبله على السواء ، وأنه يمكن إستنباطها بطريقة قبلية ، لكن لا تتاح هذه المعرفة إلا لله وحده . كل قضية عند ليبنتز إذن إنما هي تحليلية وهي بمثابة تعريف .

في القضية الشرطية المتصلة علاقة احتواء ، كمثل العلاقة بين الموضوع والمحمول؛ التالى محتوي في المقدم بمعنى أنه إذا فهمنا من علاقة المقدّم بالتالي انها علاقة أساس ground أو سبب reason بما يترتب عليه consequent ، أمكننا استنباط التالى من معنى المقدم (٤) .

رأى ليبنتز من جهة أخرى إمكان النظر الى الحدود نظرة صنفية : ننظر إلى الحد نظرة من جهة المفهوم إذا حدّدنا معناه، وننظر إلى الحد نظرة صنفية أو من جهة الماصدق حين نعتبره صنفاً من الاشياء يحوي أفراداً تندرج تحته . رأى ليبنتز باختصارانه يمكنك النظر إلىالحد نظرةمفهومية أونظرة صنفية (٥)

حـ – حاول ليبنتز صياغة الصور الاربعة التقليدية للقضية الحملية من وجهة نظر صنفية إلى الحدود في بحث عنوانه « بعض الصعوبات المنطقية » Difficultates Quaedam Logicae (٦) كتب جدولاً ينطوي على أن العمود (٣) يدل على امكان النظر الى الحدود نظرة مفهومية أو ما صدقية على السواء ، بينما ينطوي العمود ٢ على امكان النظر الى الحدود نظرة ما صدقية خالصة :

	(١)	(٢)	(٣)
ك م	كل أ هو ب	أ لا – ب شيء لا يوجد	أ ب = أ
حـ س	بعض أ ليس ب	أ لا – ب شيء يوجد	أ ب ≠ أ
ك س	لا أ هو ب	أ ب شيء لا يوجد	أ ب ≠ أ ب من الأشياء
حـ م	بعض أ هو ب	أ ب شيء يوجد	أ ب = أ ب من الآشياء

(٤) Conturat, Opuscules, p. 377.

(٥) C. I. Lewis, A Survey of Symbolic Logic, Dover Publications N. Y., 1960, p. 13.

(٦) تجد هذا البحث في طبعة جير هارت ، الجزء السابع ص ٢١١ ، النص مأخوذ من : Kneale, op. cit., p. 339 .

يمكننا تفسير العلاقة بين الحدين في القضية الموجبة من جهة المفهوم أو من جهة الما صدق : « أ ب = أ » تعنى انه إذا كان ب محتوى في معنى أ ، واذا ربطنا ب و أ فانا لا نضيف شيئاً جديداً إلى معنى أ . إذا قرأنا القضية « كل انسان حيوان » على انها تعني ان الانسانية محتواة في الحيوانية فان معنى « الانسان الحيوان » لم تضف جديداً إلى معنى الانسان — وذلك تفسير مفهومي ؛ لكن يمكننا النظر إلى القضية « أ ب = أ » على انها تتحدث عن اصناف ، ومن ثم صنف الانسان الذي يكون أيضاً من صنف الحيوان لا زال صنف الانسان ، ولم يضف فرداً جديداً على صنف الانسان ؛ (ارادنا ليبنتز ان ننظر إلى العمود الثالث كذلك) . يمكنك أن تقرأ القضية الكلية الموجبة قراءة ما صدقية خالصة : ان القضية « أ لا — ب شيء لا يوجد » A non - B est non - ens تعنى أنه لا يوجد شيء مما يكون أ ويتصف في نفس الوقت بنقيض ب ، يقصد ليبنتز هنا انه إذا قلنا كل أ هو ب فاننا نقرر أن صنف أ لا يمكن أن يكون هو في الوقت نفسه صنف لا — ب . ويمكنك تطبيق ما قلناه عن القضية الموجبة الكلية بالقياس إلى الصور الثلاثة الأخرى .

د — كانت النظرة الصنفية الى الحدود معروفة في المنطق التقليدي ، لأن هذا المنطق كان يفترض أن لكل الحدود مــا صدقات من الواقع ، حتى في القضايا الكلية ؛ تتضمن القضية « كل جسم ممتد » عند التقليديين تقريراً عن وجودٍ واقعي للاجسام . وبالرغم من ذلك كان هذا المنطق أكثر اهتمامـــاً بالجانب المفهوميّ للحدود من الجانب المـــا صدقي ؛ ومن ثم كان التوسع في التفسير الما صدقي للحدود أمراً غير مألوف في المنطق التقليدي ، ويرجع الفضل في هذا التوسع الى ليبنتز . لكننا نلاحظ أن ليبنتز لم يَخْطُ خطوات ملموسة لتكوين ما سوف يسميه بول من بعد « منطق الاصناف » — منطق يقوم على النظر الى العلاقات بين الحدود في القضايا على أنها علاقات بين أصناف

من الأشياء ، لا علاقة بين تصورات ، وقد جعل بول القضايا في صورة رمزية وأشبه بمعادلات ، ثم جعل من تلك القضايا حسابا تجري عليه عمليات الجمع والضرب . لم يصل ليبنتز إلى هذا المستوى في بحثه ، ولعـــل ذلك القصور راجع الى استبداد المواقف الارسطية به حتى حين اراد الثورة عليها . خذ القضية السابقة « أ ب = أ » ؛ سيقول بول من بعد أن (أ ب) رمز ضرب منطقي بين صنفين أ و ب ، وأن (أ ب) صنف جديد يحوي افراداً تشترك في كلا الصنفين . في القضية « كل منطقي رياضي » ، نجد أن التعبير « المناطقة الرياضيون » يعبر عن ضرب منطقي بين صنفين ويؤدى إلى صنف جديد هو اولئك المناطقه الذين هم في الوقت نفسه رياضيون ، بحيث نستبعد من هذا التعبير المناطقة اللارياضيين ، والرياضيين الذين ليسوا مناطقة . لم يصل ليبنتز إلى فكرة الضرب المنطقي بين الحدود بهـذا المعنى ؛ بل لم ير « أ ب » ضرباً منطقياً ، وإنما رأى أن « أ ب » تعني أن أضافة التصورين أ و ب لا زال هو ذاته تصور أ على أساس أن ب محتوى في أ ؛ ومن ثم لا زال تفسير ليبنتز مفهومياً بحتا .

١٩ – طوالع النسق الاستنباطي :

أ – تصور ليبنتز المنطق علماً يمكن اقامته على نموذج النسق الاستنباطى في الهندسة الاقليدية ، أي أن يكون البرهان على قضية ما ليس إلا استنباطاً محكماً من مجموعة من التعريفات والمبـــادىء والمصادرات . بذل ليبنتز محاولات عديدة حتى وصل إلى الموقف الذي يرضيه . رأى اولاً إمكان إقامة البرهان على قضية ما باستنباطها من مجموعة التعريفات فقط ، دون حاجة إلى مبادىء أو مصادرات ، بل رأى في المرحلة الأولى من بحثـــه أن ما سماه القدماء مبادىء يمكن أن تكون موضوع برهان ، ولا توجد قضايا لا تقبل البرهان سوى مبدأ الهوية ومبدأ عدم التناقض [٧] . نسوق الآن مثلاً يضربه

٧ S. Stebbing , A Modern Introduction to Logic , p. 483

ليبنتز يبدأ من طائفة التعريفات وحدها . إذا أعطينا التعريفات الآتية :

(١) ٢ = ١ + ١

(٢) ٣ = ٢ + ١

(٣) ٤ = ٣ + ١

يمكن تقرير : ٢ + ٢ = ٢ + ٢ (مبدأ الهوية)

= ٢ + (١+١) (تعريف ١)

=(٢ + ١) + ١

= ٣ + ١ (تعريف ٢)

= ٤ (تعريف ٣) (٨)

ب – نلاحظ على هذا المثال : (١) أن الانتقال من السطر الثاني إلى الثالث في التقرير يعتمد على قانون الترابط law of association للجمع ، وسوف يكون عند المناطقة المحدثين موضوع برهان ، وهو ، ما لم يدركه ليبنتز ، (٢) فكرة العدد وفكرة الاضافة موضوع تعريف ، لكن لم يتضح ذلك إلا حين تقدم البحث في فلسفة الرياضة على أيدي ديد كند وفريجه .

حـ – نحن الآن بصدد خطوة تطورية في فكر ليبنتز حول النسق الاستنباطي، إذ أدرك أن البرهان يستلزم مبادىء ومصادرات لا تقبل البرهان ، ويبدأ منها البرهان على قضايا أخرى . لقد سجل في بحث عنوانه «مثال على الحساب المنطقي » Specimen calculi universalis قضايا نعتبرها مقدمات اولى تبدأ منها البراهين أو يبدأ منها النسق الاستنباطي للمنطق ، نكتبها فيما يلي :

(٨) N. E. , i v , vii. 10 ، النص مأخوذ من : Kneale , op. cit ., p. 333

« قضايا صادقة في ذاتها » propositions true of themselves :

أ هو أ ، أ ب هو أ ، أ لا يكون لا -- أ ، لا – أ لا يكون أ ، ما لا يكون أ هو لا – أ ، ما لا يكون لا – أ هو أ .

واضح ان القضايا السابقة تعبر عن مبدأ الهوية أو مبدأ عدم التناقض وما يستنبط منهما ؛ نلاحظ أيضاً أن ليبنتز وصل من القضايا السابقة الى ان سلب السلب إيجاب ، وقد سبقه إلى ذلك الرواقيون .

« نتيجة صادقة في ذاتها » consequentia true of itself :

أ يكون ب ، ب يكون حـ ، إذن أ يكون حـ .

نلاحظ ان هذه الصيغة قريبة من صيغة الضرب الأول من الشكل الأول من أشكال القياس ، ومن الواضح أن ليبنتز يأخذه كما لو كان مقدمة أولية لا تقبل البرهان ؛ لكننا سنرى في محاولة له أكثر تطوراً أنه سيجعله موضوع برهان .

« مبادىء الحساب » Principles of the calculus وهي خمسة :

(١) ما يكون محتوى في حروف غير محددة يمكن فهمه على أنه ناتج عن أي حروف أخرى تخضع لنفس الظروف . مثال : إذا صدقت أن (أ ب هو أ) ، يجب أن تصدق ان (ب حـ هو ب) .

(٢) تغيير مواضع الحروف في نفس الحد لا يغير من الصدق . مثـــال : (أ ب) تكافىء (ب أ) .

(٣) لا قيمة لتكرار الحرف الواحد في نفس الحد . مثـــال : (ب هو أ أ) .

(٤) يمكن تأليف قضية واحدة من أي عدد من القضايا بضم كل موضوعاتها

في موضوع واحد ، وكل محمولاتها في محمول واحد . مثال : من « ا هو ب ، ح هو ى ، ه هو و » يمكن استنباط أن « ا ح ه هو ب ى و » .

(ه) إذا كان لدينا قضية يتألف محمولها من عدد من الحدود ، فمن الممكن إعطاء عدة قضايا لكل منها نفس موضوع القضية الأصلية ، لكل منها محمول كل منها جزء من محمول الأصل . مثال : يمكن من « ا هو ب ح ى » أن نصل الى « ا هو ب ، ا هو ح ، ا هو ى »[٩] .

ى – تعتبر هذه المبادىء قفزة هائلة في تفكير ليبنتز إذ وصل الى أفكار رئيسية في جبر الأصناف . كان يستخدم صيغا مثل (ا ب) التي تدل على ضرب منطقي بين صنفين ، كان يستخدم ايضاً (ا ا هو ا) التي تعنى أن ضرب الحد في نفسه ينتج نفس الحد بلا زيادة ، وأن (ا ب = ب ا) تعبر عن قانون تبادل المواضع Law of permutation .

٢٠ – النسق الاستنباطي

نأتي الآن على أكثر ابحاث ليبنتز نضجا وتطوراً في سلسلة محاولاته اقامة المنطق نسقا استنباطياً[١٠] . بعد أن وصل في ابحاثه السابقة بشأن المنطق كنسق استنباطي الى ضرورة البدء بقائمة تعريفات وبضع مبادىء محدودة العدد ، شرع الآن في تحديد هذه القوائم ، وسارع الى استنباط نظريات منها ، وقد وضع كل ذلك في صورة رمزية تستخدم حروف الهجاء رموزاً الى الحدود والعلامات الحسابية ثوابت . لنسجل فيما يلي أهم قضايا النسق .

(تعريف ١) : تكون الحدود هي هي أو متساوية إذا أمكننا استبدال

---

(٩) النص وارد في طبعة جيرهارت ، جـ ٧ ص ٢٢٤ ، أخذناه عن :
Kneale . op . cit . p. 338 :

(١٠) كتب ليبنتز هذا البحث بلا عنوان ، نجده في طبعة جيرهارت ، جـ ٧ ، ص ٢٣٦ .

أحدهما بالآخر كيفما شئنا دون تغير في صدق القضية . (ا = ب) تعني أن ا و ب نفس الحد .

(تعريف ٢) : تكون الحدود مختلفة إذا لم يمكن استبدال أحدهما بالآخر دائماً : (ا ≠ ب) تعنى أن ا و ب مختلفان .

(قضية ١) : إذا كان ا = ب،فان ب = ا . لأنه ما دامت (ا=ب) صادقة (فرضا) ، يمكننا استبدال ا و ب أحدهما بالآخر (تعريف ١) ؛ اذن ب = ا .

(قضية ٢) : إذا كان ا ≠ ب فإن ب ≠ ا . وإلاّ كان ينبغي ان نقول ب = ا ، وبالتالي تكون ا = ب (قضية ١) ، وهو مخالف للفرض.

(قضية ٣) : إذا كان ا = ب ، ب = حـ ، فإن ا = حـ . لأنه ما دامت ا = ب (فرضا) ، فإنه يمكن استبدال ب بالحرف حـ (تعريف ١ حيث أن ب = حـ) ؛ إذن فالقضية صادقه .

(قضية ٤) : إذا كان ا = ب ، ب ≠ حـ ، فإن ا ≠ حـ . لأنه ما دامت ب ≠ حـ (فرضا)، ويمكن استبدال الحرف ا بالحرف ب (تعريف١) حيث أن ا = ب فرضا) ؛ فإن ا ≠ حـ صادقة .

(تعريف ٣): ا محتوى في س يساوي إمكان جعل س تتسق مع عدد من الحدود مأخوذة معا يكون ا أحدها . (ب + ع = س) تعنى أن ب محتوى في س ، وأن ب و ع معا يؤلفان س . يصدق نفس الشيء على عدد أكبر من الحدود .

(مبدأ ١) : ب + ع = ع + ب .

(مصادرة) : يمكن اضافة أي عدد من الحدود – مثل ا ، ب – لتؤلف حدّاً واحداً مثل (ا + ب)

(مبدأ ٢) : ا = ا .

(قضية ٥) إذا كان ا محتوى في ب، ا = حـ ، فإن حـ محتوى في ب.
لأنه ما دام ا محتوى في ب (فرضا) ، فإن استبدال الحرف حـ بالحرف ا (تعريف ١) يؤدي بنا الى استنباط أن حـ محتوى في ب .

(قضية ٦) : اذا كان حـ محتوى في ب ، ا = ب ، فان حـ محتوى في ا . لأنه إذا استبدلنا ا بالحرف ب في القضية « حـ محتوى في ب » ، حيث أن ا = ب ، يلزم أن يكون حـ محتوى في ا .

(قضية ٧) : ا محتوى في ا . لأن ا محتوى في ا + ا (تعريف ٣) ؛ إذن ا محتوى في ا .

(قضية ٨) : إذا كان ا = ب ، فان ا محتوى في ب . لأن ا محتوى في ا (قضية ٧) ، أي أن ا محتوى في ب .

(قضية ٩) : إذا كان ا = ب ، فان ا + حـ = ب + حـ . لأن ا + حـ = ا + حـ (صادقة في ذاتها) ، وإذا إستبدلنا الحرف ا بالحرف ب في أحد طرفي علامة المساواة ، نصل إلى القضية المطلوبة

(قضية ١٥) إذا كان ا محتوى في ب ، ب محتوى في حـ ، فان ا محتوى في حـ . لأنه إذا كان ا محتوي في ب (فرضا) ، فان ا + س = ب (تعريف ٣) ، وبالمثل ، ما دام ب محتوى في حـ فان ب + ص = حـ ، وإذا وضعنا ا + س مكان ب ، فإن ا + س + ص = حـ ، وإذن ا محتوى في حـ (تعريف ٣) (١١) .

---

(١١) اخترنا القضايا السابقة من بين احدى وعشرين قضية . راجع :
Kneale, op. cit. pp. 340 - 2 .

٢١ – خاتمة وملاحظات على محاولات ليبنتز :

(أ) قدم ليبنتز محاولات عديدة لاقامة منطق جديد ، لكنه لم يستطع أن يقدم لنا نظرية واحدة متكاملة ، لاعتقاده أن ارسطو لا يخطىء . كانت تكشف عبقريته عن أفكار منطقية جديدة ، فيبدأ في بحثها ، ثم لا يلبث أن يتراجع عنها لوصوله إلى نتائج تخالف ارسطو فلا يصدّق نفسه . أدرك مثلاً أن قضايا العلاقات تختلف عن القضايا الحملية ، لكنه – اتباعـــاً لارسطو – ردّها الى حمليات ؛ اكتشف إمكان النظر إلى الحدود في القضية على أنهـــا أصناف لأشياء بالاضافة إلى النظر اليها على انها تدل على معان ، لكن نظريته أن المحمول في كل قضية موجبة صادقة محتوى في موضوعها – أدت إلى اضطرابه في تصور الصنف ، كما سنرى بعد قليل ؛ رأى ليبنتز أيضاً فساد بعض قوانين المنطق الارسطي مثل بعض قواعد العكس : لا تُعكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة لأننا نثبت في الأولى علاقة بين تصورات دون أن تنطوي على وجود واقعي لافراد موضوعها ، بينما نقرر في الثانية وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها ، ومن ثم لا نستطيع الانتقال مثلاً من القضية « كل مـــا يضحك انسان » إلى القضية « بعض الناس ضاحكون » ؛ وقد اكتشف ليبنتز مبكراً فساد ضروب القياس التي مقدماتها كلية ونتائجها جزئية . تلك امثـــلة من اكتشافات الفيلسوف المنطقية ، لكنه كان حين يرى انها معارضة لنظريات المعلم الاول ، يتوقف في بحثه ، ليبدأ بحث نفس النقطة المنطقية من جديد أو ليتركها إلى نقطة اخرى ، وهكذا .

(ب) إذا أردنا حصر محاولات ليبنتز المنطقية أمكننا القول انه وضع مبادىء نظرية سوف تسمى فيما بعد « جبر الاصناف » ، وانه وضعها في نسق استنباطي رمزي . جعل الحروف الهجائية نرمز إلى الحدود في القضية ، كما استخدم الثوابت العددية كعلامات الجمع والضرب والمساواة وبعض الثوابت المنطقية كالربط والفصل والتكافؤ ، ووضع لبعضها رموزاً . حاول ليبنتز أن يضع نظريته الرمزية في نسق استنباطي : يضع منذ البدء في صراحة ووضوح

قائمة من التعريفات والمبادىء والمصادرات ليستنبط منها نظريات ، كما سبقت الاشارة . توصل مبكراً ايضاً إلى بعض قوانين منطقية تحتذي علم الجبر .مثل «أ ب = ب أ» ، «أ + ب = ب + أ» ، كما توصل إلى قوانين منطقية اخرى تختلف عن علم الجبر المألوف مثل «أ أ = أ» ، «أ + أ = أ» ، ويكون ليبنتز قد سبق بول في ذلك بقرن ونصف من الزمن دون أن يعلم أحد وقتئذ . نلاحظ أيضاً أن ليبنتز اقتصر في محاولته المنطقية على منطق الحدود والاصناف ، ولم يستطع التوصل إلى أفكار أصيلة في منطق العلاقات أو الدالات القضائية بالرغم من أن قضية العلاقة والدالة الرياضية كانتا مألوفتين لديه ، بل كان من عمالقة عصره في الرياضيات .

(جـ) كانت نظرية ليبنتز في جبر الاصناف مضطربة ، وذلك لتعلقه بوجهة نظر المفهوم في الحدود ، حتى حين أراد الثورة عليها ؛ ويتبين هذا الاضطراب بوجه خاص في موقفه من الثوابت المنطقية التي تناولها وهي الاحتواء والربط والفصل . لقد عرف ثوابت الربط والفصل - لكن لا كثوابت بين قضايا كما رأينا عند الرواقيين، وما سوف نرى تطورها عندفريجة وأصحاب البرنكيبيا – وانما عرفها كروابط بين الحدود في القضية . لكن ليبنتز فشل في ادراك أن الربط بين صنفين بمثابة ضرب منطقي بينهما ، وان الفصل بين صنفين بمثابة جمع منطقي بينهما . لقد فشل لأنه لم يميز بين الربط والفصل تمييزاً دقيقاً اذ جعل لهما رمزاً واحداً وهو علامة الجمع في الحساب . كيف كان يميز بينهما ؟ حين كان ينظر الى الحدود كتصورات – أي حين كان يضيف محمولا لآخر – كان يقصد بعلامة الجمع ربطاً منطقياً بين الحدين .مثال: الانسان = حيوان + مفكر ؛ وحين كان ينظر الى الحدود كاصناف من الاشياء ، كان يقصد بعلامة الجمع فصلاً منطقياً . مثال : القضية « كل انسان فان » تعني ان ما نسميه كائناً فانياً إما صنف الناس أو صنف الحيوان أو صنف النبات ، لكن التفسير الذي رآه ليبنتز للحدود من جهة الما صدق ظلّ تفسيراً من جهة المفهوم .

الفصل الخامس

دي مورجان : رائد نظرية العلاقات

٢٢ – مقدمة :

أ – أوغسطس دي مورجان A. De Morgan (١٨٠٦ – ١٨٧١) أحد كبار الرياضيين والمناطقة الإنجليز في القرن التاسع عشر . كان أستاذ الرياضيات في جامعة لندن فيما بين ١٨٢٨ و ١٨٣١ ، ثم أعيد إلى نفس الوظيفة عام ١٨٣٦ وظل بها حتى ١٨٦٦ . كتابه المنطقي الأساسي هو **المنطق الصوري : أو حساب الاستدلال الضروري والاحتمالي** **Formal Logic : or the calculus of Inference, Necessary and Probable** (١٨٤٧) ، وقد كتب مقالات عديدة في المنطق والرياضيات نشرت في : « **منشورات جمعية كمبردج الفلسفية** » Transactions of Cambridge Philosophical Society (١٨٤٩ – ١٨٦٤) ، وكان أحد أعضاء هذه الجمعية العاملين ، كما كان عضواً في «الجمعية الفلكية الملكية». أهم مقالاته المنطقية **فهرست لنسق مقترح للمنطق** Syllabus of a Proposed System of Logic (١٨٦٠) ، **في الشكل الرابع من اشكال القياس وفي منطق العلاقات** . On The Syllogism IV and on The Logie of Relations (١٨٦٤) ، وقد قرأ هذا البحث أمام جمعية كمبردج الفلسفية في ٢٣ أبريل ١٨٦٠ .

ب – كانت نظرية كمّ المحمول مألوفة وقتئذ في أوساط المناطقة ، ويقترن ذكرها عادة بالسير وليم هاملتون Sir W. Hamilton (١٧٨٨ – ١٨٦٥)[١]. جرت لهاملتون مع دي مورجان مساجلات حادة دامت عدة سنين ، نشرت جميعاً في منشورات جمعيـــة كمبردج السابق ذكرها – وتدور حول اتهام هاملتون أن دي مورجان سرق منه نظرية كم المحمول وأن دي مورجان ادّعى سبق اكتشافه لهـا . نعم ، كتب هاملتون في كم المحمول عام ١٨٣٣ بحثاً عنوانه : المنطق : المقالات الانجليزية الحديثة في الموضوع : Logic : the Recent English Treatises on the Subject ، ونشره في «مجلة ادنبره» Edin. Rev. بينما كتب دي مورجان عـن النظرية عـام ١٨٤٧ في كتابه المنطق الصوري ؛ لكننا نلاحظ أن النظرية كانت معروفة قبل عام ١٨٣٣ . لقد كتب عنها جورج بنتام في كتابه مجمل نسق جديد في المنطق Outhine of a New System of Logic (١٨٢٧) ، وقام هذا الكتاب على مخطوط كتبه عمه جيريمي بنتام . قد يكون هذا الكتاب أو غيره مرجع هاملتون ودي مورجان معاً ، ومن ثم كان إتهام هاملتون غريباً .

حـ – لدى مورجان الفضل في موضوعين رئيسيين في المنطق : اصلاحه المنطق التقليدي واقامته مبادىء نظرية جديدة هي نظرية العلاقات. ولابأس من أشارة سريعة إلى أهم تعديلاته على المنطق التقليدي . الحـــدود تدل على اصناف من الاشياء ، لا على معان أو تصورات . ومن ثم كان دي مورجان يسمى الحدود « حدوداً صنفية » class terms وفي ذلك يتسق مع نظرية كم المحمول كما يذكّرنا بليبتز ؛ رفض التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحمليه وصنفها تصنيفاً ثمانيا ، وفق نظرية كم المحمول ؛ وضع القضايا في صورة رمزية

---

(١) لم نخصص في كتابنا مكاناً لنظرية كم المحمول ، لأنهـــا كانت أقرب إلى تعديل المنطق التقليدي منها إلى المساهمة في تطور المنطق الرياضي ، وإن كانت وجهت المناطقة من بعد إلى النظر إلى الحدود في القضية على أنها أصناف من الأشياء لا تصورات، مما مهد إلى نظرية حساب الأصناف.

ترمز حروف الهجـــاء فيها إلى الحدود ، كما ترمز إلى الاستغراق والكيف بأقواس تسبق وتلحق تلك الحروف بأنحاء معينة ؛ عرض قواعد التقابل بين القضايا وقواعد الاستدلال المباشر والقياس بأشكاله وضروبه في صورة رمزية لكننا نلاحظ أن مصطلحه الرمزي كان معقداً مربكا فلم يأخذ به أحد. تجد هذه التعديلات المنطقية وغيرها في كتاب **المنطق الصوري** (٢).

٢٣ – نظرية العلاقات :

أ – خرج دي مورجان على المنطق التقليدي في اعتبار القضيه الحملية الصورة الرئيسية والوحيدة لكل قضية، وإمكان رد أي صورة أخرى للقضية إلى الصورة الحملية ؛ رأى هو أن قضية العلاقة – ما تحوى صنفين من الاشياء بينها علاقة – صورة من القضية تختلف عن الحملية، ولا يمكن ردّها إلى حملية بل أضاف انه يمكن رد القضية الحمليه إلى قضية علاقة ، وقد كان يعلم أنه بصدد منطق جديد ومن ثم قال « ... وهنا تنبثق الفكرة العامة للعلاقة ، ولأول مرة في تاريخ المعرفة ، أمكننا وضع أفكار العلاقة وعلاقة العلاقة في صورة رمزية » (٣).

ب – الرابطة والتعدى والعكس

بدأ دي مورجان بحثه في العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية copula التي تربط بين الموضوع والمحمول في القضية الحملية، في اللغات الأجنبية الحديثة. خذ القضية « محمد مجتهد » : تتألف هذه القضية من موضوع ومحمول ، ولا رابطة

---

(٢) أنظر أيضاً :

C. I. Lewis, A Snrvey of Symbolic Logic, pp. 38 - 43

وأيضاً :

A. N. Prior, Formal Logic, pp. 131 ff, 152 ff.

(٣) Lewis, op. cit., p. 51

لكن إذا ترجمت هذه القضية إلى كثير من اللغات الأوروبية الحديثة وجدناها تحوى رابطة – وهي في هذا المثال فعل الكينونة– لتربط المحمول بالموضوع. نلاحظ أن فعل الكينونة يقوم بوظيفة من الوظائف الثلاثة الآتية إذا دخل في قضية : (١) الحمل ، كما هو الحال في القضية السابقة إذا صيغت في لغة انجليزية أو فرنسية أو المانية ، (٢) الوجود الفعلي مثلما نقول أن الله موجود godexists أو godis ؛ (٣) الهوية أو المساواة مثلما نقول « ا يكون ب » حين نريد أن نقول « ا = ب ».

ح – حين بدأ دي مورجان بحثه في العلاقات بالنظر الى الرابطة المنطقية اهتم بها حين تقوم بوظيفة الهوية دون وظائفها الأخرى ورأى أن الرابطة لا تقوم بهذه الوظيفة إلا إذا توفر شرطان : ان تكون متعدية transitive ، وأن تكون عكسية convertible ومن ثم أقـــدم على تعريف علاقتي التعدي والعكس . عرّف علاقة التعدي بقوله إن « العلاقة متعدية حين يكون المتعلق بمتعلق إنما هو متعلّق من نفس النوع » a relation is transitive when a relative of a relative is a relative of the same kind [٤]؛ نسمي العلاقة متعدية – بعبارة أخرى – حين تربط حداً بحد آخر وتربط هذا الحد في نفس الوقت بحد ثالث ومن ثم تربط الحد الأول بالثالث ؛ مثال ذلك : إذا كان ا = ب ، ب = ح فان ا = ب . ومن أمثلة علاقة التعدي علاقات المساواة والمشابهة والسبق الزمني والكبر والصغر الخ ؛ وقد عرّف دي مورجان العلاقة العكسية بانها تلك العلاقة التي يمكننا أن نستبدل بها علاقة أخرى تؤدي نفس المعنى حين نغير ترتيب الحدود . علاقة « ... اب ... » عكس علاقة

(٤) Ibid.

« ... ابن ... » ، نقول عن القضية (م أ ب ب) إنها تحوي علاقة عكسية بالقياس إلى القضية (ب ابن م)[٥] .

ى – وصل دي مورجان من دراسته للعلاقات المتعدية والعكسية إلى أن الرابطة المنطقية حين تؤدي وظيفة الهوية إنما هي علاقة متعدية ، وأبان انه يمكننا اتخاذ أي علاقة متعدية – وليست الرابطة فقط – معياراً لصحة بعض ضروب القياس التقليدي الذي مقدماته موجبة ، وأن أي علاقة متعدية وعكسية معا تكون معياراً لصحة القياس الذي يحوي مقدمات سالبة. لقد اتاح بحث العلاقة المتعدية والعكسية الى ادراك دي مورجان ان نظرية القياس الأرسطية ليست إلا تطبيقاً لنظريته في العلاقات، أي أن الاستدلال القياس ليس إلا ربط حدود ثلاثة بعلاقة متعدية أو متعدية عكسية .

٢.٤ – خواص العلاقات :

درس دي مورجان علاقة السلب[٦] ، بعد علاقات الهوية والتعدى والعكس وميز بين سلب العلاقة وعكس العلاقة . (... ا ب ...) عكس (... ابن ...) ، لكن سلب العلاقة (... ا ب ...) هو الإتيان بنقيضها أو إنكارها – نعني أن (م ا ب ب) سلبها هو (م ليس ا ب ب) ومن ثم قدم دي مورجان عدة نظريات theorems تبين خواص العلاقات ، فيما يلي أهمها :

---

(٥) لاحظ نيل أن ما سماه دي مورجان علاقة عكسية هي العلاقة التماثلية symmetrical r. في استخدام المناطقة من بعد ؛ لكنا نظن أن الملاحظة خاطئة لأن العلاقة التماثلية هي ما تكون هي هي حين نغير ترتيب الحدود ، بينما العلاقة العكسية عند دي مورجان ليست كذلك ؛ أنظر : Kneale, op. cit., p. 427 .

(٦) كان دي مورجان يستخدم كلمة « ضد » contrary ليدل بها على كلمة سلب negative أو نقيض ، أنظر ؛ Lewis, op. cit., p. 46 ، وأيضاً : Kneale op. ci , p 428 .

(١) « سلب العكس سلب » contraries of converses are themselves contraries. القضية (ٲ ا ب ب) عكسها (ب ابن ٲ) ، فإذا أردنا سلب القضية ب ابن ٲ نكون قد قمنا بسلب ولم نقم بتقرير موجب .

(٢) «عكس السلب سلب» converses of contraries are contraries إذا أردنا سلب القضية (ٲ أب ب) قلنا (ٲ ليس أب ب) ؛ فاذا أردنا عكس هذه القضية وقلنا (ب ليس ابن ٲ) ، نكون قد وصلنا الى سلب القضيـــة الأصلية ؛ أي أن القضيتين (ٲ ا ب ب) و (ب ليس ابن ٲ) متناقضتان .

(٣) « سلب العكس عكس السلب » The contrary of the converse is the converse of the contrary . « ٲ أب ب » عكسها « ب ابن ٲ » وسلب هذه هو ب ليس ابن ٲ ؛ نجد أن هذه الاخيرة عكس« ٲ ليس اب ب» وهو سلب القضية الأصلية .

(٤) إذا كانت علاقه ما محتواه في علاقة أخرى أو تتضمنها فان عكس العلاقة الأولى محتوي في عكس العلاقة الثانية ، وسلب العلاقة الثانية محتوي في سلب العلاقة الأولى . مثال ذلك أنه إذا كانت العلاقة« ٲ اب ب »محتوَاة في« حـ سلف ى » فإن « ب ابن ٲ » محتواه في «ى خلف حـ» وأن « حـ ليس سلف ى » محتواه في « ٲ ليس ا ب ب » .

(٥) « عكس ربط علاقة ما يتم بعكس كلا عنصري الربط وقلب ترتيبها» The conversoin of a compound relation is accomplished by converting both components and inverting their order . مثال ذلك : إذا كان « ٲ معلم ابن ب » فان « ب أب تلميذ ٲ » (نفترض أن العلاقة « ... معلم ... » عكس العلاقة « . . . تلميذ ... ») ؛ الربط علاقة من الدرجة الثانية أي علاقة تربط علاقتين أخريتين : فإذا كان لدينا علاقتان مثل «معلم»

و « أبن » يمكننا ربطها بجعلها علاقة واحدة مركبة تربط بين حدين مثل م و ب [٧].

٢٥ - قانونا دي مورجان .

م - يبدو أن العلاقات عند دي مورجان نوعان : علاقات من الدرجة الأولى وعلاقات من الدرجة الثانية . كلمات اب ، ابن ، قبل ، بعد ، اكبر من ، اصغر من ، يساوي ، يشبه ، يختلف عن ، يعطي ، يحب ... الخ أمثلة لعلاقات من الدرجة الأولى ، وتربط بين حدين أو اكثر . أما العلاقات من الدرجة الثانية فهي علاقات تجري على العلاقات السابقة ، ويسميهادي مورجان « علاقة العلاقة » ومن امثلتها علاقات العكس والسلب والتعدي والجمع والربط . نخص بالذكر هنا علاقتي الربط والجمع ، تجري علاقة الربط على حدين يرتبطان بعلاقتين من الدرجة الاولى ، مثل « ابن عم صديق ... » ، « معلم ابن ... » ؛ مثال على علاقة الجمع بين علاقتين : « ... معلم وابن... » وتعنى أن م معلم ابن ب أو ابن آخر لـ ب على افتراض أن ب له اكثرمن أبن.

ب -استطاع دي مورجان من دراسه الخواص السابقة للعلاقات أن يصل إلى نظرية هامة منطوقها : « سلب جمع ما هو ربط سلبي الحدين المجموعين ، وسلب ربط ما هو جمع سلبي الحدين المرتبطين » ، The negation of an aggregate is the compound of the negative of the aggregants; the negation ofthe compound is the aggregate of the negative of the components تبين هذه النظرية امكان تعريف الربطبين علاقتين عن طريق السلب والجمع وإمكان تعريف الجمع عن طريق السلب والربط [٨].ولقد طبق

---

(٧) أنظر : Lewis, op. cit., pp. 46 - 8

(٨) كان دي مورجان يستخدم كلمة compound لتعني ما قصده المناطقة من بعده مما تعنيه كلمة « الربط » conjunction ، كما كان يستخدم كلمة aggregate لتعني ما قصده المناطق من بعده ما تعنيه كلمة « الفصل » disjunction

المنطق الرمزي هذه النظرية فيما بعد على القضايا أن الربط بين قضيتين يكافىء سلب الفصل بين سلب القضيتين، وان الفصل بين قضيتين يكافىء سلب الربط بين سلب القضيتين. يقول لوكاشيفتش أن وليم أوف أوكام سبق دي مورجان الى القانون السابق، ويضيف كواين Ouine أن بطرس الأسباني petrus Hispanus نادى به في القرن الثالث عشر الميلادي[٩]، لكن تشيرش A. Church رأى أن القانون بالصورة التي ينتفع بها المنطق الرياضي الحديث لم يقل به أحد قبل دي مورجان[١٠].

٢٦ – خاتمة

كانت لدى مورجان مواقف منطقية لها قيمتها إذ اتخذ وجهة النظر الصنفية في النظر الى الحدود، واصطنع اللغة الجبرية في صياغة القضايا واستطاع التعبير عن قواعد المنطق التقليدي وقوانينه وضروب الأقيسة في صورة رمزية. لكن أكثر مواقفه المنطقية أهمية هي اكتشافه نوعاً مختلفاً من القضية غير الحملية، هو قضية العلاقة، فدرس العلاقات التي يمكن أن تقوم بين الحدود في قضايا وذكر بعض أنواعها، وخصائصها، وبعض قوانينها. استطاع أن يُظهر المنطق التقليدي على أنه منطق علاقات وسيفيد المناطقة الرمزيون من بعده في استخدام بعض قوانينه في اقامة نظريات جديدة لم يعرفها هو، مثل حساب القضايا وحساب المحمول نلاحظ أيضا أن جهد دي مورجان في اقامة مبادىء منطق العلاقات يعتبر جهد المكتشف لأرض جديدة دون مسحها مسحاً دقيقاً، وسوف يساهم پيرس في اقامة «حساب العلاقات» مستفيداً من ابحاث دي مورجان ومطوّراً لها في جبر على نسق نظرية بول في جبر الأصناف.

---

(٩) Quine, Methods of Logic, p. 53.

(١٠) مقالة Church عن دي مورجان في معجم رونز الفلسفي ص ٧٦ .

الباب الثاني

شروق المنطق الرمزي

الفصل السادس

جورج بول : مؤسس نظرية جبر الأصناف

٢٧ – مقدمـــة

يعد جورج بول G. Boole (١٨١٥ – ١٨٦٤) بحق مؤسس المنطـــق الرمزي لأنه وضع مبادىء أولى نظرياته ، وهي نظرية «حساب الاصناف» Calculus of classes (وكان يسمها هو «حساب المنطق» Calculus of Logic) ونلاحظ أن الرياضيات كانت موضوع الدراسة الأصيل عند بول منذ حداثته ، لا المنطق ، وانه دخل الى المنطق بصدفة عابرة ، ثم تعلق به من بعد. اضطر الى البحث عن عمل في صباه ، لفقر أبيه ، فاشتغل معلماً في مدرسة وهو في السادسة عشرة ، وكان يُقبل على القراءة في وقت فراغه ؛ قيـل إنه قرأ بيكوك Peacock وجريجوري Gregory وروان هاملتون Rowan Hamilton ودي مورجان ، وهم رياضيون معاصرون لبول ومشاهير بأبحاثهم القيمـة في الرياضيات العليا .

كتب بول عدة مقالات في الجبر والتحليل ، نال بعد نشرها جوائز مالية تقديراً له وتشجيعاً . قرأ بمحض الصدفة – في غمرة قراءاته الرياضية – المساجلات الحادة بين وليم هاملتون ودي مورجان حول اتهام الأول أن الثاني

سرق منه نظرية كم المحمول وادّعى السبق في صياغتها ؛ ولاحظ بول من تلك المساجلات أن هاملتون يرفض إدخال الرياضيات في علم المنطق ، فحفزه ذلك الى تكوين منطق يقوم على الرياضيات ، اتصل بول بدي مورجان ورأى اتفاقه معه في الاتجاه – الاهتمام بالرياضيات ومحاولة اقامة منطق يستخدم الرموز - فاقترح عليه بول ان يتبادلا الحديث فيما لديهما من أفكار جديدة ، لكن دي مورجان نصحه – بعد خبرتـه القاسية مع وليم هاملتون ـ ألا يتبادلا الآراء الا بعد أن ينشر كل منهما آراءه. قدم بول أول كتبه في المنطق: **التحليل الرياضي للمنطق ، مقالة في حساب البرهنة الاستنباطية** The Mathematical Analysis of Logic, being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning (١٨٤٧) ، في نفس السنة التي نشر فيها دي مورجان **المنطق الصوري** ، وقيل أن الكتابين ظهرا في دور النشر في يوم راحد . كتب بول في السنة التالية مقالاً يوضح فيه مشروعه الجديد للمنطق عنوانه « حساب المنطق » نشره في « مجلة كمبردج الرياضية » Cambridge Mathematical Journal . ذاع صيته وقتئذ ، فعيِّن أستاذ الرياضيات في جامعة كورك Cork بايرلندا عام ١٨٤٩ ، حيث عكف على كتابة كتابه المنطقي الكبير **بحث في قوانين الفكر تقوم عليها النظريات الرياضية في المنطق والاحتمالات** An Investigation of the laws of thought on which are founded the Mathematical theories of Logic and Probabilities (١٨٥٤) ، وانغمس بول في ذلك البحث لدرجة أنه قال وقتئذ أن المنطق أصبح دراسته الجادة ، بينما كان يتجه إلى الرياضيات للترويح عن النفس .

٢٨ – جبر الأصناف والمنطق الرمزي :

أ أراد بول إقامة منطق على نموذج علم الجبر ، يستخدم حروف الهجاء رموزاً ، وعلامات العمليات الحسابية كالجمع والضرب الخ ، ويقيم القضايا على

صورة معادلات تعبر عن مساواة بين طرفيها ، ثم يحاول من هذه ، إستنباط قضايا أخرى . يختلف جبر المنطق عند بول عن الجبر المألوف في أمور عدة : تدل حروف الهجاء في الجبر المألوف على أعداد ، بينما تدل في المنطق على أصناف ، تقتصر قيم القضايا كمعادلات في جبر الأصناف على عددين فقط هما الصفر والواحد الصحيح ، كما تختلف بعض قوانين جبر الأصناف عن قوانين الجبر المألوف ، كما سنرى .

أراد بول للمنطق أن يكون علماً رمزيا ، والرموز في المنطق الرمزي – كما اشرنا في فصل سابق – نوعان هما المتغيرات والثوابت ، نجد في جبر بول كلا النوعين . إلا انه استخدم كلمة « متغيرات » ولم يستخدم كلمة « ثوابت » ؛ اما الثوابت التي نجدها في منطق بول فهي ثوابت الرياضة كعلامات الجمع والطرح والقسمة والمساواة والصفر والواحد الصحيح . كان يستخدم – كمتغيرات – الاحرف الثلاثة الاخيرة من هجاء الانجليزية وهي Z.Y.X وسنصطنع هنا الحرف « هـ » بدلاً من × ، « و » بدلاً من Y « ي » بدلاً من Z ، وكان بول يرمز بهذه المتغيرات إلى اصناف ، ورموز الاصناف عند بول بديلة للحدود في المنطق التقليدي .

ب – الصنف الشامل والصنف الفارغ :

يبدأ بول حديثه عن الاصناف بتمييزه بين نوعين منها . « الصنف الشامل » universe class ، و « الصنف الفارغ » null-class ويسمى النوع الأول احياناً « عالم الأشياء المتصورة » universe of conceivable objects ويعني به الصنف الذي يكون كل شيء عضواً فيه [1] . وهذا التعبير الاخير مضلل ، لأنه يوهم أن بول يعني الحديث عن صنف يضم كل الاشياء في الكون ، وهو

(١) C. I. Lewis, A survey of Symbolic Logic, p. 52.

ما لا يقصده . و « عالم المقال » universe of discourse تعبير أدق من وضع دي مورجان لتصحيح بول . ونوضح « عالم المقال » بمثال : أفرض اننا نتحدث عن صنف الناس ، وأردنا الاهتمام بجزء منه وهو صنف المصريين . يمكننا تقسيم الناس – طبقاً لاهتمامنا – إلى المصريين واللامصريين (اللامصريون هم الأجانب أو كل انسان ما عدا المصري)، نقول عن المصريين واللامصريين انهم يؤلفون صنفين وهذان الصنفان يؤلفان عالم المقال . وبالمثـــل نقول عن الذكور والاناث انهما يؤلفان عالم المقال، في سياق الحديث عن صنف الحيوان، وعن الجمهور والحكام انهما يؤلفان عالم المقال ، في سياق الحديث عن المواطنين في الدولة ، وهكذا فالصنف الشامل أو عالم المقال صنف يضم كل شيء في سياق الحديث موضوع اهتمامنا . نلاحظ أن بول ميز في الصنف الشامل بين الصنف و «الصنف السالب » complementary class ؛ صنف اللامصريين سلب صنف المصريين؛ كان الصنف الشامل يحوي الصنف وسلبه(٢) ، ورمزه عند بول هو الواحد الصحيح. اما الصنف الفارغ (ويسميه بول أيضاً « صنف اللاشيء class of nothing فهو الصنف الذي لا توجد له في الواقـــع أمثلة ، ويرمز اليه بالصفر ؛ ومن أمثلة الصنف الفارغ : الدائرة المربعة ، ملوك فرنسا في القرن العشرين ، الاعداد الزوجية الأولية أكبر من العدد ٢ .

حـ – المساواة :

يستخدم بول علامة المساواة لتدل على أن لصنفين نفس الاعضاء ؛ «هـ=و» تدل على أن الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذي ترمز اليه بالحرف « هـ » هم نفس الأفراد الذين يؤلنون الصنف الذي نرمز اليه بالحرف « و » . إذا كان هـ يرمز إلى الحيوان المفكر ، « و » إلى الحيوان الذي يمشي على رجلين ولا

---

(٢) De Morgan, Formal Logic, p. 42.

ريش له . قلنا أن كل أفراد الصنف الاول هم كل افراد الصنف الثاني وهم افراد الانسان .

د - الضرب المنطقي :

يستخدم بول علامة الضرب للدلالة على أن الصنفين المضروبين يؤلفان صنفاً واحداً جديداً ، يضم الأشياء التي تنتمي إلى كلا الصنفين معاً . أفرض أننا استخدمنا « هـ » لترمز إلى صنف العلماء، والحرف « و » إلى صنف المتواضعين فإن التعبير « هـ × و » أو « هـ و » يدل على صنف العلماء المتواضعين ، بحيث نستبعد من الصنف الجديد أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين ليسوا علماء . لقد سمى المناطقة بعد بول هذه العملية «الضرب المنطقي» logical product . ونلاحظ أن ليبنتز قد أدرك وجه الشبه بين الربط conjunction في التصورات ، والضرب في الإعداد ، لكنه لم يستطع صياغة هذا الشبه صياغة دقيقة ، ويرجع إلى بول الفضل الأول في تلك الصياغة [٣] وقد توصل بول من عملية الضرب المنطقي بين الأصناف إلى قانون في جبر المنطق يختلف عن مثيله في الجبر المألوف ، نعني أن المعادلة هـ هـ = هـ صحيحة في جبر الاصناف وأن كانت كاذبة في الجبر المألوف إلا إذا كانت قيمة هـ صفراً أو الواحد الصحيح ، ويفسر بول صحتها بقوله إن تداخل صنف في ذاته يؤدي إلى ذات الصنف ولا يضيف اليه جديداً ؛ صنف المصريين مضروباً في صنف المصريين هو صنف المصريين أنفسهم بلا زيادة . وهناك قانونان آخران عند بول في جبر الاصناف : ١ × هـ = هـ ، صفر × هـ = صفر . إذا رمزنا بالواحد الصحيح إلى صنف الناس ، وبالحرف هـ إلى المصريين ، وأردنا تحديد الإعضاء الذين ينتمون إلى الصنفين معاً ، وجدنا انهم المصريون فقط ؛ إما الصنف الذي ينتمي إلى المصريين وإلى صنف لا أفراد له في الواقع ، فهو صنف لا أفراد له. نلاحظ أن هذين القانونين الآخيرين صادقان أيضاً في الجبر المألوف .

---

(٣) Kneale, the Development of Logic, p. 404.

هـ - القسمة الجبرية(٤)

لقد فكر بول في أستخدام عملية القسمة الجبرية في الأصناف ؛ وقد حاول ذلك على أساس أن القسمة عكس inverse عملية الضرب . يمكننا الانتقال من الصيغة هـ=و ي إلى الصيغة ي = هـ/و ، والمقصود أن ي تدل على الصنف هـ باستبعاد الصنف و ، فإذا قلنا أنه يمكننا الوصول إلى صنف الناس بضرب منطقي بين صنف الحيوانات وصنف الكائنات المفكرة ، يمكننا القول أن

صنف الحيوانات = صنف الانسان / صنف الكائنات المفكرة ، نعني أنه إذا أستبعدنا صنف الكائنات المفكرة من صنف الانسان ، حصلنا على صنف الحيوان . لقد لاحظ التالون لبول أن في تطبيقه القسمة على الأصناف تعسفاً ، فمثلاً لا معنى لعملية القسمة في الجبر المألوف إذا كان البسط أصغر من المقام، وبالتالي لا معنى للقسمة بين الاصناف إذا كان الصنف المقسوم عليه ليس جزءاً من المقسوم . حتى إذا طبقنا هذه الشرط على المثال السابق سوف نجد أن القسمة غير طبيعية إذا قلنا أن الكائنات المفكرة جزء من صنف الناس (٥) .

و - الجمع المنطقي

إستطاع بول ان يصوغ صياغة دقيقة ذلك التشابه بين الفصل disjunction في الأصناف والجمع في الأعداد . لقد استخدم (هـ + و) ليدل على صنف الأفراد الذين ينتمون الى الصنف هـ أو الى الصنف و ، لكن ينتمون الى كليهما معاً . افرض أننا رمزنا بالحرف هـ الى صنف الحيوان الذي يمشي على أربع ،

---

(٤) نقترح هذه التسمية للدلالة على القسمة في الأصناف ، حتى لا تختلط بالقسمة المنطقية التي استخدمها أفلاطون كنظرية في تعريف التصورات .

(٥) أنظر : Kneale, op. cit., pp. 408 - 9.

وبالحرف و الى صنف الحيوان الذي يمشي على بطنه ، وبالحرف م الى صنف الثمابين ، وأردنا معرفة أيّ الصنفين تنتمي إليه أفراد الثمابين ، قلنا أن م ينتمي الى ه أو ينتمي الى و ، لكن لا ينتمي اليهما معا . ولقد سمّى التعبير (ه + و) من بعد بالجمع المنقطي Logical sum. وقد توصل بول من فكرة الجمع المنطقي بين الأصناف الى معادلة تختلف عن الجبر المألوف ، وهي (ه + ه = ه) ؛ ويفسر صدق هذه المعادلة باننا إذا رمزنا الى صنف ما بالحرف ه ، وأردنا مضاعفة ذلك الصنف باضافته ذاته ، فإننا لن نحصل في حاصل الجمع على تضعيف الصنف وإنما على الصنف نفسه بلا زيادة. سوف نعرف من بعد أن هذه المعادلة لا تتسق مع فهم بول للجمع المنطقي ومن ثم يلزم تغيير تعريفه للجمع حتى تكون المعادلة صحيحة [٦] .

ز – الطرح المنطقي

انتقل بول من عملية الجمع المنطقي الى عملية الطرح المنطقي ، كما انتقل من عملية الضرب إلى القسمة . يدل التعبير (ه – و) على طرح بين صنفين ، فإذا كان ه = و + ي فإن ي = ه – و . مثال ذلك . إذا دلّ ه على صنف الناس ، (و) على الحيوانات ، (ي) على الكائنات المفكرة فإن ه = و + ى ، وبالتالي ى = ه – و ، أي أن صنف الكائنات المفكرة هو صنف الانسان مستبعدين منه صنف الحيوان . نلاحظ أن بول يستخدم الطرح ايضاً ليعبر عن الصنف السالب ورمزه (١ – ه) . افرض اننا رمزنا بالواحد الصحيح الى كل الناس، كصنف شامل أو عالم مقال ، وبالحرف ه الى المصريين، فإن ١ – ه يدل على كل الناس ما عدا المصريين .

٢٩ – جبر الاصناف والقضية الحملية

أ – تناول بول التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية تناولاً ينطوي

---

(٦) أنظر الفقرة : ٣٤ .

على أن ترمز الحدود إلى أصناف لا إلى تصورات ، وأن تصاغ القضية في صورة معادلة تحوى علامة المساواة ويكون أحد طرفي المعادلة صفراً أو واحداً صحيحاً . سنرمز إلىموضوع القضية الحملية بالرمز (هـ) ، وإلى المحمول فيها بالرمز (و) فيما يلي ، يستخدم بول أيضاً الرمز (V) ليدل على سور القضية الجزئية في المنطق التقليدي ، وسوف نعطي الحرف (ح) ترجمة له ؛ هاك قائمة التصنيف الرباعي للقضية الحملية عند التقليديين ، في مصطلح بول :

ك م :	كل هـ هو و	هـ (١ — و) = صفر
ك س :	لا هـ هو و	هـ و = صفر
ح م :	بعض هـ هو و	هـ و = ح أو هـ و ≠ صفر
ح س :	بعض هـ ليس و	هـ (١ — و) = ح أو هـ (١ — و) ≠ صفر

خذ القضية كل الرياضيين يستخدمون الاستنباط لتوضيح قائمة بول ؛ سنفترض أن هذه القضية صادقة ؛ ونرمز بالحرف (هـ) إلى صنف الرياضيين ، بالحرف (و) إلى من يستخدم الاستنباط ، وبالواحد الصحيح إلى عالم المقال وهو هنا الرياضيون والذين ليسوا رياضيين، (١ — و) ترمز إلى الذين لا يستخدمون الاستنباط . والآن يمكننا التعبير عن الكلية الموجبة في الصورة هـ (١ — و) = صفر ، وهذه تعنى أن صنف الافراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط معاً صنف لا وجود له . يعبر بول عن الكلية السالبة بالصيغة هـ و = صفر ، أي أن الرياضيين الذين يستخدمون الاستنباط صنف فارغ (بافتراض صدق الكلية السالبة هنا) . الجزئية الموجبة وهي (هـ و = ح) أو (هـ و ≠ صفر) تعني أن الأفراد الذين همرياضيون ويستخدمون الاستنباط معاً صنف له وجود وليس صنفاً فارغاً . الجزئية السالبة وهي هـ (١ — و) = ح تعني ان الافراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون

الاستنباط لهم وجود واقعي ولا يمثلون صنفاً فارغاً (بافتراض صدق الجزئية السالبة) .

ب – نلاحظ هنا أن بول أدرك نقطة كان أدركها ليبنتز من قبل، لكن الأخير لم يصدق نفسه فتراجع عنها ، وهي أن القضايا الجزئية تنطوي على تقرير وجود واقعي لافراد موضوعها أي أن لموضوع هذه القضايا أفراداً في الواقع ، بينما لا يتحتم أن تنطوي القضايا الكلية على هذا التقرير [١] . أدرك بول هذه النقطة – وهو أول من قررها – اذ لم تكن مخطوطات ليبنتز المنطقية قد نشرت في أيامه لكن بول لم يلق عليها ضوءاً خاصاً، رغم أهميتها.

٣٠ – قوانين جبر الاصناف

وصل بول من أفكاره السابقة عن إمكان إقامة المنطق على نموذج الجبر إلى معادلات هامة في منطق الاصناف ، هي بمثابة قوانين اساسية لهذا المنطق ، نذكر أهمها فيما يلي :

(١) هـ و = و هـ (٢) هـ + و = و + هـ

(٣) ى (هـ + و) = (ى هـ + ى و) (٤) ى (هـ – و= ى هـ–ى و)

(٥) إذا كان هـ = و فإن ى هـ = ى و

(٦) إذا كان هـ = و فإن ى + هـ = ى + و

(٧) إذا كان هـ = و فإن هـ – ى = و – ى

(٨) هـ^{٢} = هـ

نلاحظ على القوانين السابقة (أ) أن لبول الفضل الأول في أدخال

---

(٧) Kneale, op. cit., p. 411 - 3.

قوانين الجبر في المنطق ، وسوف يقبل الفلاسفة اللاحقون بعض تلك القوانين ويضيفون إليها قوانين أخرى ، بل سوف يطبقونها على نظريات أخرى في المنطق الرمزي، نعني نظرية حساب القضايا التي لم يعرفها بول.(ب) أن القانون الثامن يختلف عن مثيله في الجبر المألوف ، كما أوضحنا من قبل . (حـ) أن القانون الخامس لا يقبل العكس في الجبر المألوف أو في الاصناف – لا يقبل العكس بمعنى أنه إذا كان ى هـ = ى و فإننا لا نستطيع القول إن هـ = و ، إلا إذا كانت قيمة ى صفراً .

٣١ – خاتمة

أ – يعتبر جهد بول في جبر الاصناف نقطة البداية الحقيقية في المنطق الرمزى ، لكن نقطة البداية تحمل في طياتها دائماً أخطاء أو فجوات أو الأمرين معاً ، ومن ثم جاء المناطقة المعاصرون له واللاحقون مصححين لبعض أخطائه أو مطورين لنظرياته. تؤخذ على بول ثلاثة اعتراضات أساسية : (١) نظريته المنطقية أقرب إلى علم الجبر منها إلى علم المنطق ، بل كانت مقصورة على جبر محدود يتناول عددين فقط درن سائر الأعداد في قوانينها ومعادلاتها . (٢) لم يفسح بول في منطقه رموزاً لتصورات – أو لثوابت – منطقية أساسية مثل الاحتواء inclusion. نعم لقد عرف بول الاحتواء لكنه كان يرمز اليه بعلامة المساواة ، وذلك خلط بين المساواة والاحتواء (٣) لقد تعسف بول في تطبيق بعض العمليات الجبرية على المنطق مثل عمليتي الطرح والقسمة إذ لا يمكن تناولهما تناولا منطقياً دقيقاً . (٤) قد يكون بول أحرز تقدماً محدوداً في أقامة منطق رمزي، لكنه لم يحاول اقامته نسقاً استنباطياً على نموذج الهندسة .

ب - لقد تنبه المعاصرون واللاحقون إلى أهمية الباب الذي طرقه بول في المنطق ، وأدركوا ما في نظريته من أخطاء وفجوات ، وحاولوا إصلاحها أو تطويرها . بدأ ستانلي جيفونز العمل، وأعلن أن بامكانه الوصول إلى نتائج بول بخطوات منطقية بحتة دون حاجة إلى علم الجبر ، كما أصلح بعض أخطاء بول ، ووافق تشارلز بيرس على أصلاحات جيفونز لكنه أحتفظ ببرنامج بول الجبري ، وطور جبر الاصناف ، وأستفاد من دي مورجان باقامـــة منطق العلاقات في إطار جبري، وأكمل إرنست شرويدر عمل بيرس في نسق واسع وأخيراً حاول هنتنجتون إقامة جبر بول في نسق استنباطي بوضع مصادرات كمقدمات أولية لنظرية الأصناف . ولقد كان فريجه وبيانو يقومان في نفس الوقت ببناء منطقي ضخم ، ليست نظرية بول سوى قطاع صغير منه .

الفصل السابع

المنطق الرمزي بعد بول

١ – جيڤونز

٣٢ – مقدمة

وليم ستانلي جيڤونز W. S. Jevons (١٨٣٥–١٨٨٢) منطقي انجليزي مرموق ، وأحد رجال الاقتصاد السياسي في زمانه . تتلمذ لدى مورجان في الرياضيات ، وكان صديقاً لبول وتبادل معه مراسلات . شغل وظيفة استاذ المنطق والاخلاق والاقتصاد السياسي في جامعتي مانشستر ولندن فيما بين ١٨٦٦ و ١٨٨٠ . كتب في المنطق التقليدي واصلاحه مستفيداً من مواقف وليم هاملتون ودي مورجان وبول، كما كتب في الاستقراء وحساب الاحتمالات ومناهج البحث العلمي ، ولم يدخر جهداً في توجيه اعتراضاته اللاذعة على مواقف جون مل المعاصر له فيما يختص بالاستقراء يهمنا من أبحاثه المنطقية ما له ارتباط مباشر بمنطق بول . لقد أراد جيڤونز تقديم المنطق التقليدي في ثوب جديد كما أراد في نفس الوقت الوصول إلى نتائج بول دون حاجة إلى إلى علم الجبر .

٣٣ - الاستدلال غير المباشر

نكتفي من مواقفه في المطق التقليدي بالاشارة إلى موقف جديد من الاستدلال غير المباشر ينطوي على أن القياس الارسطي التقليدي ليس النموذج الوحيد للاستدلال ، كما انه سوف يساعده على اختراع نواة للعقل الحاسب computer نتمكن بفضله من القيام باستدلالات منظقية بطريقة آلية .رأى انه يمكننا اقامة استدلال غير مباشر يحوي أي عدد من المقدمات وأي عدد من الحدود ، دون التقيد بثلاثة حدود وثلاثة قضايا . خذ استدلالاً ذا ثلاثة مقدمات : الكائن الحي نبات أو حيوان .

النبات يتألف من كربون وايدروجين وأزوت .

الحيوان يتألف من كربون وايدروجين وازوت .

لدينا هنا ثلاثة مقدمات وأربعة حدود ، فاذا رمزنا بالحرف ا إلى (الكائن الحي) ، بالحرف ب إلى (النبات) ، بالحرف حـ إلى (الحيوان) ، وبالحرف د إلى (يتألف من ...) ، أمكن وضع المقدمات السابقة في صورة رمزية كما يلي :

ا يكون ب أو حـ .

ب يكون د

حـ يكون د

لكي نتوصل إلى نتيجة الاستدلال ، نقوم بالتركيبات combinations الممكنة بين حدوده ومقدماته . سوف يمثل الحرف ب الحد المذكور موجباً، والحرف $\overline{\text{ب}}$ نفس الحد سالباً ، ونتخذ نفس الطريقة مع الحروف حـ و د سوف نجد أن لدينا ثمانية احتمالات ناتجة عن تركيب الحدود الاربعة السابقة ، كما يلي :

(١) أ ب ح د (٢) أ ب ح $\overline{\text{د}}$ (٣) أ ب $\overline{\text{ح}}$ د (٤) أ ب $\overline{\text{ح}}$ $\overline{\text{د}}$

(٥) أ $\overline{\text{ب}}$ ح د (٦) أ $\overline{\text{ب}}$ ح $\overline{\text{د}}$ (٧) أ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ح}}$ د (٨) أ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ح}}$ $\overline{\text{د}}$

حين ننظر إلى التركيبات السابقة نضطر إلى استبعاد الاحتمالين ٧ و ٨ لتناقضهما مع المقدمة الأولى (أ يكون ب أو ح) وأستبعاد الاحتمالين ٢ و ٤ لتناقضهما مع المقدمة الثانية (ب هو د) ،واستبعاد الاحتمال ٦ لتناقضه مع المقدمة الثالثة (ح هو د). تبقي لدينا احتمالات ثلاثة هي : أ ب ح د ، أ ب $\overline{\text{ح}}$ د ، أ $\overline{\text{ب}}$ ح د ، نجد بالنظر اليها أن أ تتسق مع د في كل الحالات ومن ثم نستنتج أن الكائن الحي يتألف من كربون وايدروجين وأزوت . هذا مثل يضربه جيفونز لبيان أنه يمكن الإتيان باستدلال غير مباشر يتألف من عدد من الحدود والمقدمات . نلاحظ أنه إذا كان لدينا ثمانية حدود خرج منها ستة عشر تركيبا ممكنا [١] . لكن جيفونز أدرك صعوبة الوصول الى نتيجة استدلال حين يكثر عدد مقدماته ، فبحث عن وسيلة لتسهيل عملية الاستدلال،فاخترع ماسماه «الآلة المنطقية» Logical machine لأداء التركيبات المطلوبة بين الحدود والوصول إلى نتيجة أي استدلال دون أي جهد عقلي .

٣٤ — الآلة المنطقية :

اخترع جيفونز تصميا للآلة المنطقية ، وكان بذلك صاحب الفضل الأول في وضع نواة لاختراع العقل الحاسب computer . تتألف آلته من شيء شبيه بالبيانو في وضع رأسي لا أفقي ، وتحوي قطعاً خشبية مثبتاً عليها حروف الهجاء ورموزاً للرابطة المنطقية وأداة الفصل وكلها في ترتيب معين وعلى نحو يسهل تحريكها باليد. يمكنك بفضل هذه الآلة الوصول الى التركيبات الممكنة بين الحدود التي تؤلف أي عدد من المقدمات . لقد وضع جيفونز تصميمه

(١) S. Jevons, Elementary Lessons in Logic, pp. 191 - 99.

لآلته عام ١٨٦٩ وتحدث عنها في محاضرة ألقاهـا أمام « الجمعية الملكية » Royal Society وقدم الآلة لأعضاء هـذه الجمعية في ٢٠ يناير ١٨٧٠ ، ثم نشرت المحاضرة في «المنشورات الفلسفية للجمعيـة الملكية » Philosophical Transactions of the Royal Society في نفس السنة ، وعنوانها «في الأداء الآلي للاستدلال المنطقي » On the Mechanical Performance of Logical Inference . ولقد أشار جيفونز إلى آلته في كتابه **مبادىء العلم : مقالة في المنطق والمنهج العلمي** (١٨٧٤) Principles of Science: A Treatise on Logic and Scientific Method . وقد طور كثير من العلماء عمل جيفونز : إذ صمّم ألان ماركاند Allan Marquand آلة تعمل بالكهرباء عام ١٨٨٥ ، وقدّم كالن T. A. Kalin وبركاهارد W. Burkhard من هارڤاردأول تصميم لعقل حاسب كهربي electric computer عام ١٩٣٧ لحل معادلات في جبر بول تصل إلى اثنى عشر متغيراً [٢] . نلاحظ أن العقل الحاسب الذي تستعمله الدول المتقدمة في مجالاتها المختلفة ولخدمة أغراضها العلمية إنما يقوم في تصميمه على استخدامه الثوابت المنطقية التي يكشف عنهـا المنطق الرمزي كالربط والفصل والسلب والشرط . خذ مثالاً لما يمكن ان يقوم به العقـل الحاسب لأداء عملية معقدة : « إذا تحقق الشرطان ا و ب مثلاً، فإنه يؤدي العملية حـ ، وإذا أدت العملية حـ الى ى أو هـ فإنه يستمر في أداء العملية و ، وإلا يؤدي العملية ز ، وهكذا » [٣].

٣٥ – تصحيح بول

تقدم جيڤونز بالنقد لأفكار بول الآتية : (ا) اعترض على تعريف بول

---

(٢) أنظر : Kneale, The Development of Logic, pp. 421 - 2

(٣) Ibid., p. 422.

للجمع المنطقي بين الاصناف . رأى بول أن التعبير عن الجمع المنطقي يدل على صنف بحيث أن فرداً ما يمكن اندراجه في أحد الصنفين لكن لا يندرج فيهما معاً ، لكن چيڤونز رأى ان المعـــادلة ه + ه = ه (أحد قوانين بول) لا يمكن تفسيرها حسب ذلك التعريف للجمع ، واقترح أن يكون الجمع المنطقي دالاً على اندراج فرد ما في أحد الصنفين أو فيهما معاً ، لكي يمكن تفسير المعادلة السابقة . وقد رحب المناطقة باقتراح چيڤونز . (ب) اعترض چيڤونز على تطبيق عمليتي الطرح والقسمة في المنطق ، ذلك لانهما عمليتـــان جبريتان لا تقابلهما أفكار منطقية ، وسوف يطوّر بيرس هذا النقد ليميز العمليات الجبرية التي يمكن تطبيقها على الاصناف كالجمع والضرب، من العمليات الجبرية التي تخص الجبر والحساب وحدهما كالطرح والقسمة (حـ) اقترح چيڤونز أن نعبر عن الصيغة (١ — و) في مصطلح بول بالصيغة (لا — و) (٤) .

٢ — بيرس

٣٦ — مقدمة :

ا — تشارلز ساندرز بيرس C.S. Peirce (١٨٣٩ — ١٩١٤) من أكبر المناطقة والفلاسفة الامريـكان ، له تعديلاته الهامة على المنطق التقليدي ، وأفكاره الأصيلة التي شارك بها في إقامة بعض نظريات المنطق الرمزي ، ومواقفه الجديدة في مناهج البحث في العلوم الطبيعية والرياضية ، كما أن له نظريات أصيلة في الميتافيزيقا ونظرية المعرفة، وهو المؤسس الحقيقي للبراجماتية كمنهج لتعريف الحدود واختبار صدق القضايا . دخل جامعة هارفارد عام ١٨٥٥ وتخرج منها بعد أربع سنين ، وظل يكتب قرابة خمسين عاماً ابتداء

---

(٤) Lewis, A Survey of Symbolic Logic, pp. 73 - 8.

من سنة ١٨٦١ . بدأ حياته الفكرية باحثاً في الكيمياء ثم دخـــل إلى الفلك والفيزيقا ، أهتم بعدها بمناهج البحث في العلوم ، ومن هذه اتجه إلى المنطق . يقول عن نفسه أنه قرأ منطق اليونان والعصر الوسيط كما أحاط بالمنـــاطقة المحدثين والمعاصرين من انجليز وفرنسيين وألمان . نعلم أنه قرأ دي مورجان وبول وجيفرنز وويفل Whewell مبكراً ، ولكنه لم يسمع عن فريجه وبيانو قبل عام ١٨٨٣ ، ومن المنطق اتجه نحو الفلسفة .

ب – كان بيرس عميق الفكر ضخم الانتاج ، فكتب أكثر من ثمـانين صحيفة عن المنطق والرياضيات والفيزيقا والفلك في المعجم الفلسفي لبولدوين Baldwin ، كما كتب قرابة مائة وخمسين مقالاً في المجلات الفلسفية . وكان غامض الإسلوب لدرجة تنفّر القارىء ، كما كان يستخدم مصطلحات غريبة ينحتها لنفسه ، وكان ذلك سبباً في عدم ذيوع صيته في حياته ، إذ لم يكن معروفاً إلا لأعلام قليلة من بني وطنه مثل ديدكند وشرويدر ووليم جيمس ، ولم يسمع به كثير من الفلاسفة ممن يشاركونه في موضوع الدراسة ، وفي ذلك يقول عنه رسل : «سمعت عن بيرس لأول مرة حين زرت هارفارد عام ١٨٩٦ لكني لم أقرأ له قبل عام ١٩٠٠ حين اشتغلت بالمنطق الرمزي ، وكنت عرفت من كتاب جبر المنطق لشرويدر أن بيرس عالج هذا الموضوع ، وظللت إلى وقت قريب لا أعلم غير منطقه الرمزي» . وقد بدأت ترتفع أسهم بيرس بعد وفاته حين بدأ الفلاسفة يكتبون عنه مثل ديوي ، والمؤرخون مثل لويس C I. Lewis ، حتى إتيح لمقالاته وأبحاثه أن ترى النور حين عكف هارتشورن C. Hartshorne وبول فايس P. Weiss من اساتذة الفلسفة في هارفارد على جمع كتاباته ونشرهـــا في عشرة أجزاء باسم **مجموعة ابحـــاث بيرس** Collected Papers of Peirce ، أخرجا منها ستة أجزاء فيما بين ١٩٣١ و ١٩٣٥ ولقد تم نشر مجموعة الابحاث في الخمسينات .

٣٧ – القضية الحملية والتضمن

نتعرض هنا لمنطق بيرس دون باقي جوانب مذهبه ، بل سوف نقتصر في عرض منطقه على ما له ارتباط مباشر بالمنطق الرمزي ، لكننا سنعرض قبل ذلك موقفه من مسألتين يعدّل بهما بعض نظريات المنطق التقليدي : طبيعة القضية الحملية والاستدلال . رأى بيرس أن علاقة التضمن (وكان يسميها illative relation) علاقة منطقية أساسية ، وهي ما نعبر عنها بالحروف (إذا ... إذن) ؛ استخدم بيرس هذه العلاقة أولاً لتقديم فهم جديد للقضية الحملية ، وفي ذلك يقول في مقال كتبه عام ١٨٩٦ : « لقد أعلنت منذ عام ١٨٦٧ أنه توجد علاقة منطقية أساسية وهي التضمن... ليست القضية عندي سوى استدلال عزلنا عنه تقرير مقدمته الكبرى ونتيجته ، وذلك يجعل كل قضية في أساسها شرطية متصلة . وبالمثل ، ليس الحد أو اللفظ الدال على صنف عندي سوى قضية خــلا مكان موضوعها أو أن موضوعها غير محدد... تعطى هذه النظرية للمنطق وحدة كبرى »[١]. رأى بيرس أن القضية (كل إنسان فان) مثلاً تعني أنه « إذا كان س حاصلاً على الصفة ا يلزم أن يكون حاصلاً على الصفة ب » ، أو « إذا كان س إنساناً فهو إذن فان » ؛ ومن ثم يردّ بيرس القضية الحملية الى شرطية متصلة ، لا أن يرد الشرطيات الى حمليات كما حاول التقليديون . نجد هذه الفكرة المنطقية واضحة عند رسل ويدين بالفضل فيها الى برادلي الذي ذكر الفكرة في كتابه **المنطق** ونشر عام ١٨٨٣ . نلاحظ أن فريجه دوّن هذه الفكرة في كتابة **كتابة التصورات** Begriffsschrift الذي نشر عام ١٨٧٩ ، ومن ثم يكون لفريجه سبق القول بهذه الفكرة على برادلي دون أن يعلم رسل وقتئذ . لكن يتضح من النص

---

(١) النص مأخوذ من : J. Passmore, A Hundred Years o Philosophy, London, 2nd ed., 1966, p. 142.

السابق لبيرس أنه وصل الى الفكرة عام ١٨٦٧ ومن ثم نعطي لبيرس السبق على فريجة في هذه الفكرة . لا يقتصر استخدام بيرس للتضمن على نظرته الى القضية الحملية ، وإنما تعداها الى مجالات أخرى ، من بينها مجال الاستدلال ، وهو ما سنعرض له في الفترة التالية :

٣٨ – الاستدلال الحملي ودالة القضية :

أ – رأى بيرس أن المنطق التقليدي قد تعسف في التمييز بين الحدّ والقضية ، وفي التمييز بين القضية والاستدلال ؛ رأى بيرس أن الحد والقضية لا يختلفان من حيث التركيب المنطقي وإنما من حيث أن القضية تقرير صريح ، بينما الحدّ تقرير أوّلي rudimentary assertion ، والحدود التي يقصدها بيرس هنا هي الحدود العامة مثل : إنسان ، حيوان ... خذ (مثلث) مثالاً حين أقول (مثلث) ، أو أفكر فيه ، فاني أفكر في شيء له خصائص معينة ، ومن ثم أتناول قضية خلا مكان موضوعها ، مما تتخذ الصورة (... مثلث) . نلاحظ أن التعبير الأخير الذي سماه بيرس قضية ، يسمى في الواقع دالّة قضية .

ب – رأى بيرس أيضاً أن القضية والاستدلال من تركيب منطقي واحد ولا يختلفان إلا من حيث ان القضية استدلال أوّلي ، حذفت مقدمته ونتيجته ، خذ القضية : كل إنسان فان ، والاستدلال : سُقراط إنسان ، وكل انسان فان ، إذن سقراط فان ، . نعبر عن القضية بقولنا « إذا كان س انسانا فهو فان » ونعبر عن الاستدلال بقولنا (س إنسان وهو إذن فان) ؛ الفرق بين الصورتين السابقتين أن الأولى لا تنطوي على تقرير صريح ، وإنما على صيغة شرطية ، بينما تنطوي الثانية على تقرير صريح [٢] .

---

(٢) Ibid., p. 141.

حـ – نلاحظ أنه بالرغم من وجاهة الفكرة السابقة لبيرس ، فإنه يخلط بين الحد والقضية . نعم ننظر إلى الحد كما لو كان دالة قضية ، لكن يظل الفارق واضحاً بين الحد والقضية : أن الحد لا يحتمل الصدق أو الكذب ومن ثم ليس قضية وإنما يصدق على أشياء كثيرة ، أو على شيء واحد، أولايصدق على شيء . « إنسان » حدّ يصدق على عدة اشياء ، « توابع الأرض » حدّ يصدق على شيء واحد (القمر) ، « حصان ذو قرون » حدّ فارغ ، لكن حدّاً من تلك الحدود لا يرتفع إلى مقام القضية . وبالمثل ، لا نستطيع أن نقرل أن القضية استدلال مضمر ، وانما نقرل فقط إن القضية الحملية في أساسها شرطية متصلة .

٣٩ – جبر الاصناف وعلاقة الاحتواء

أ – ننتقل الآن إلى الاشارة إلى بعض اضافات بيرس للمنطق الرمزي وتكاد تنحصر في المساهمة في تطوير جبر الاصناف ونظرية العلاقات . يمثل بيرس الخطوة الثانية في تطوير جبر الاصناف بعد بول ، كما يمثل شرويدر الخطوة الثالثة ، ومن ثم نقرل أن بول – بيرس – شرريدر يمثلون حلقة أقامة المنطق على نموذج الجبر . يبدأ بيرس مساهمة نظرية الأصناف بملاحظات على بول :

(١) اتفق بيرس مع جيفونز في تعديله لمعنى الجمع المنطقي بين الاصناف بول : رأى بول أن الصيغة « أ + ب » تدل على صنف بحيث أن الفرد هـ مثلا ينتمى إلى الصنف أ أو إلى الصنف ب ، لكن لا ينتمي إلى كليهما معاً ، ورأى جيفرنز أن الفرد هـ ينتمي إلى أ أو ب أو كليهما معاً . لكن تحمس بيرس – خلافا لجيفرنز – لاتجاه بول في أقامة منطق الاصناف على نموذج الجبر .

(٢) أدرك بيرس خطأ بول في استخدامه لعمليتي الطرح والقسمة في جبر الاصناف ؛ تصحيحاً لبول ، ميزّ بيرس بين العمليات الحسابية التي تعبر عن

علاقات منطقية كالجمع والضرب ، والعمليات الحسابية التي لا تعبر عن تلك العلاقات كالطرح والقسمة ، وهو تمييز لم يفطن اليه بول [٣] .

(٣) استطاع بيرس – بعد توضيح النقطتين السابقتين – أن يصوغ قوانين جبر الاصناف ، وأهمها : أ + أ = أ ، أأ = أ ، أ + ب = ب + أ ، أ ب = ب أ ، (أ + ب) + حـ = أ + (ب + حـ) ، (أ ب) حـ = أ (ب حـ) ، (أ + ب) حـ = أ حـ + ب حـ ، أ ب + حـ = (أ + حـ) (ب + حـ) [٤] .

(٤) لم يدرك بول أهمية فكرة الاحتواء inclusion كفكرة منطقية أصيلة ، ومن ثم خلط الاحتواء بالمساواة ؛ يعتبر بيرس أول من نبه إلى أهمية الأحتواء في منطق الأصناف ، وأضافها الى فكرتي الجمع والضرب في محاولته أقامة مبادىء حساب الأصناف (ومبادىء الحساب صيغ أكثر تعقيداً من قوانين الحساب المذكورة آنفاً) . ويحسن بنا قبل عرض أهم تلك المبادىء ، نلاحظ شيئين على بيرس :

الأول : أن بيرس عرّف التعبير (محتوى في)included in بأنه (صغير مثل)being as small as [٥] ، وهو تعريف خاطىء، لأن «محتوى في» تعني (أصغر من) أو (أقل شمولاً من)ومن ثم خلط بيرس الاحتواء والمساواةبالرغم من انه أعطى لكل منهما رمزاً متميزاً ؛ لكننا نلاحظ من جهة أخرى أن بيرس يصوغ بعض مبادئه التي تنطوي على الاحتواء صياغة صحيحة ، ومن ثم فحديثه عند الاحتواء مضلل .

---

(٣) Lewis, op. cit., p. 82.

(٤) Ibid ؛ قارن قوانين بول : الفصل الخامس ، الفقرة ٣٠ .

(٥) Lewis, op. cit., p. 83.

الثاني : حين وضع پيرس مبادىء حساب الاصناف في صورة رمزية، كان يدل بأحرف اللغة جميعا على أنها متغيرات لاصناف ؛ كان يستخدم الحرف A ، B ، C ، X ، Y ، Z ، على أنها جميعا رموز أصناف ، ومن ثم لم يميز في مصطلحه الرمزي بين الصنف والعضو في صنف ، أو بين الحد العام واسم العلم، وبالتالي لم يميز بين القضية الشخصية والقضية العامة تمييزاً أساسياً، ولذلك اضطربت عنده دلالة مبادىء حساب الأصناف . وسنرى فيما بعد أن پيانو وفريجه قد أدركا ضرورة التميز بين هذين النوعين من الحدود وهذين النوعين من القضايا : كانا يصطنعان الحروف الأولى للغة رموزاً لاصناف ، والحروف الأخيرة رموزاً لأعضاء الأصناف .

ب – أهم مبادىء حساب الأصناف عند پيرس : سوف نصطنع الرموز العربية الآتية أ ، ب ، حـ بدائل للحروف A . : .C على التوالي، والحروف هـ ، و ، ي بدائل للحروف X ، Y ، Z على التوالى :

(١) إذا كان هـ محتوى في و ، ومحتوى في ي ، فإن هـ محتوى في ي

If $X \subset Y$ and $Y \subset Z$ ، then $X \subset Z$

(٢)إذا كان أ محتوى في ب،فإنه يوجد حدّما هـ بحيث أن أ + هـ = ب.

(٣)إذا كان أ محتوى في ب، فإنه يوجد حدّما و بحيث أن ب و = أ .

(٤)إذا كان أ محتوى في ب ، فإنه (حـ + أ) محتوى في (حـ + ب).

(٥)إذا كان أ محتوى في ب ، فإن حـ أ محتوى في حـ ب .

(٦) أ ب محتوى في أ .   (٧) هـ محتوى في (هـ + و)[٦].

٤٠ – **من جبر الأصناف إلى حساب القضايا :**

أ – استطاع پيرس أن يقدم قراءة لجبر المنطق تختلف عن قراءة بول ،

---

(٦) Ibid.

أي امكنه النظر الى المتغيرات في قوانين الأصناف على أنها دالـّة على قضايا ، كما تدلّ ايضاً على أصناف؛أمكنه النظر ايضاً الى علاقة الاحتواء بين الأصناف على أنها تدلّ على التضمن بين القضايا ، ومن ثم ساهم پيرس مساهمـة متواضعة في إقامة أولى نظريات المنطق الرمزي وهي نظرية حساب القضايا. لقد سجل پيرس هذه الفكرة في بحث نشره عام ١٨٨٥ ، لكننا نعـلم أن فريجه أقام نظرية حساب القضايا كاملة في كتابة التصورات الذي نشر عام ١٨٧٩ ومن ثم كان فريجه أسبق ؛ ونحن نعلم أيضاً أن پيرس لم يسمع عن فريجه قبل عام ١٨٨٣ ، فمن المحتمل أن يكون قرأ فريجه بعد هذه السنة ، أو أنه وصل إلى ما وصل اليه من أفكار في حساب القضايا بمفرده . ترجح الاحتمال الثاني لأنه أقام أفكاره على نموذج قوانين حساب الأصناف ، بينما إقام فريجه نظريته في القضايا مستقلة تماماً عن نظرية الأصناف ، بل رأى أن قوانين الاصناف ليست إلا مشتقة من قوانين حساب القضايا .

ب – رأى بيرس أن عـلاقة التضمن بين القضايا تقابل الاحتواء بين الأصناف – كما قلنا – ولذلك فإن « هـ تتضمن و » (الحروف هنا ترمز إلى قضايا) تعني أنه « إذ كان هـ صادقاً ، فإن و صادقة » ومن ثم يقرن بيرس فكرة التضمن بالقضية الشرطية المتصلة ، ويقدّم تعريفـاً للتضمن : تصدق القضية الشرطية إذا كذب المقدم أو إذا صدق التالى ، وتكذب إذا صدق المقدم وكذب التالي . وهو تعريف صحيح، لكنه قديم قدم فيلون الميغاوي، بل أن هذا أعطى تعريفاً أوفى ، حيث أعطاه في صورةدالآت صدق. أعطى بيرس – بعد تعريفه للتضمن بين القضايا – بعض قوانين هذا التضمن ، نذكر فيما يلي أهمّها :

(١) هـ تتضمن (و تتضمن هـ) . يعبر هـذا القانون عن أن « القضية الصادقة متضمَّنة في أي قضية » .

(٢) [(ه تتضمن و) تتضمن ه] تتضمن ه . ويعني أنه « إذا كان (ه تتضمن و) فانها تتضمن أن ه صادقة ، إذن ه صادقة » .

(٣) ه تتضمن ه . وهو صورة من صور مبدأ الهوية ..

(٤) (ه تتضمن و) تتضمن [(وتتضمن ى) تتضمن (ه تتضمن ى)] وذلك ما يسمى « مبدأ القياس »[٧] .

٤١ – منطق العلاقات :

أ – أدرك پيرس توسيع نطاق جبر المنطق بحيث يشمل نظرية في العلاقات، وإلى پيرس يرجع الفضل الكبير في إقامة نظرية العلاقات بادئاً من تلك الأشارات والتوجيهات التي قدّمها دي مورجان . نذكر في فقرات متصلة أهم أفكار پيرس في تلك النظرية ، ونبدأ برأيه في أنواع العلاقات . رأى پيرس إمكان النظر إلى أى قضية – حتى القضية الحملية – على أنها قضية علاقة ، إذ يمكن النظر إلى المحمول على انه حدّ يتعلق بشيء واحد هو الموضوع ، ويسميه « علاقة واحدية » monadic relation ، نقول في القضية « سقراط حكيم » أن « حكيم » حد يتعلق بسقراط ، ومن ثم نظر إلى أىّ حدّ عام على أنه ينطوي على علاقة واحدية ، أي علاقة بشيء واحد . يسمى پيرس العلاقة « ثنائية » dyadic إذا ربطت بين حدين ، مثل « أ أكبر من ب » ويسميها « ثلاثية » triadic إذا ربطت بين ثلاثة حدود ، مثل « أ أعطى ب إلى حـ » ، و « متعددة الأطراف » polyadic إذا ربطت بين عدد أكبر من الحدود[٨] سوف نلاحظ فيما بعد أن رسل يستخدم العلاقة الواحدية للدلالة على المحمول في القضية الحملية دون إشارة إلى أن پيرس هو أول من أستخدم التعبير .

---

(٧) Ibid., p. 85.

(٨) أنظر : Kneale, op. cit., p. 432.

ب – تعريف العلاقة عند پيرس مشتق من تعريف الصنف ، إذ يعرّف الحد العلاقي بأنـــه « بأنه زوج (أو ثلاثي الخ) من الأشياء الجزئيـــة » a relative is the Pair (oftriad ete) of individual things ؛ كلمات مثل (محب) أو (محسن) حدود علاقية يربط كل منهـــا اثنين من الأفراد : محب ومحبوب ، محسن ومحسن اليه ، بعلاقة معينة هي الحب أو الأحسان؛ وتصبح هذه العلاقات جمعاً منطقياً لكل الحدود التي تتعلق بها ، وذلك تعريف مـــا صدق للصنف أو العلاقة [٩] .

حـ – الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات .

رأى پيرس انهمادامت الحدود العلاقية relatives هي ذاتها رموز أصناف ، فإنه يمكن تطبيق قوانين نظرية الاصناف على العلاقات . استخدم بول أفكار السلب والضرب والجمع في قضايا الأصناف ، فاستعان دي مورجان بهـــذه الأفكار في قضايا العلاقات وأضاف إليهـــا فكرة عكس العلاقة . لقد استفاد پيرس من سابقيه في تطوير نظرية العلاقات وأضاف إليها أفكاراً جديدة مثل الاحتواء ، كما أضاف فكرة اقامة العلاقات في (حساب منطقي calculus) . وقدوضع بيرس كل ذلك في« وصف مصطلح رمزي لمنطق العلاقات » Discription of a Notation for the Logic of Relatives ، نشره عام ١٨٦٧ [١٠] . لا نستطيع كتابة هذا المصطلح هنا لصعوبة طبعه ولذا نحاول التعبير عن قضاياه بالألفاظ أحيانا وبصيغ رمزيه مبسطة أحيانا أخرى. أما عن أفكار الضرب النسبي والجمع النسبي فقد أدخلهما دي مورجان من قبل ، حين ميز بين (محام وتاجر) مثلاً (ضرب منطقي بين علاقتين) و(محامي تاجر ما) (ضرب نسبي). لقد طور پيرس هذه الفكرة الأخيرة وحدّد قوانينها، فرأى مثلاً أن الضرب

---

(٩) Lewis, op. cit., pp. 92 - 3.

(١٠) Ibid., p. 85.

النسبي والجمع النسبي يخضعان لقانون الترابط associative law وقانون التوزيع distributive law لكن لا يخضعان لقانون تبادل المواضع commutative law. أفرض ان سونيا تحب سارتر ، وان سارتر أستاذ ساجان ، وعبرنا عن هذه الواقعة المركبة بالقضية سونيا تحب أستاذ ساجان ، نجد أن القضية «محب (أستاذ ساجان)» تكافىء في الصدق «(محب أستاذ) ساجان» لكن القضية محب أستاذ ساجان ، لا تكافىء أستاذ محب ساجان (١١).

د — بعد أن درس پيرس العلاقات والعمليات المنطقية التي يمكن تطبيقها على قضايا العلاقات ، حاول تقديم نظرية العلاقات في حساب منطقي أي وضعها في نسق استنباطي يبدأ بطائفة من تعريفات ومقدمات أولية ثم يستنبط منها قوانين ، وكلها في صورة رمزية . نلاحظ أن پيرس لا يستخدم عبارة « نسق استنباطي »،ويظهر أنه لم يكن مهتماً بفكرة النسق الاستنباطي بالمعنى الدقيق ، تلك الفكرة التي أصبحت وقتئذ مألوفة عند معاصريه من الألمان والايطاليين والانجليز ؛ لم يكن مهتماً بها لأنه حين وضع نظريته في الحساب لمنطقي لم يميز بين تعريفاته ومقدماته الأولية وانما سماها جميعاً مقدمات أولية . نشير فيما يلي إلى أهم قوانين ذلك الحساب :

(١) عكس (عكس ﺃ) = ﺃ

(٢) سلب (عكس ﺃ) = عكس (سلب ﺃ) .

(٣) ﺃ محتوى في ب = عكس ب محتوى في عكس ﺃ

(٤) عكس (ﺃ + ب) = سلب ﺃ + سلب ب

(٥) عكس (ﺃ ب) = عكس ﺃ مضروباً في عكس ب (١٢) .

---

(١١) Ibid., p. 86.

(١٢) Ibid., pp. 90 - 1.

٤٢ – خاتمـة :

ﺃ – كان پيرس منجماً فكرياً هـــائلاً ، لكن غموض اسلوبه و كتاباته المتفرقة التي لم يجمعها بنفسه في صورة كتب يحمل كل منهـا موضوعاً مستقلاً أدت إلى أن مذهبه اعوزه التنسيق . يعاب عليه أيضاً –فيما يختص بالمنطق– انه لم يتصل باعمال المناطقة المعاصرين عبر الاطلنطي الذين استطاعوا الخروج من دائرة بول الى دائرة أعلى تطوراً، نعني دائرة بيانو وفريجه ، ومن ثم ظل محصوراً في إقامة المنطق على نموذج الجبر . ورغم هذا فان له فضلاً كبيراً في تطوير منطق بول، وتتلخص أهم مساهماته المنطقية فيما يلي : (١) أمكنه أن يعبر عن القضية الحملية بصورة قضية شرطية متصلة ، وفي صيغة رمزية تتخذ دالة القضية : ترد (كل ﺃ هو ب) الى (إذا كان ﻫ هو ﺃ فهو إذن ب) ، ويكون بذلك قد سبق فريجه وبرادلي ورسل الى هذه النقطه . (٢) أخذمن جيڤونز نقطة بداية لاصلاح نظرية الاصناف عند بول ، فوافـــق الأول على اصلاحه لتعريف بول للجمع المنطقي ، كما استبعد عمليتي الطرح والقسمة من التطبيق على الاصناف ، ومن ثم طوّر قوانين جبر الاصناف ومبادئه . لكن جهازه الرمزي كان معقداً وغير دقيق – غير دقيق لانه لم يميز بين الصنف وعضو الصنف وبالتالي لم يميز بين الحد العام واسم العلم ، ولم يميز تمييزاً حاسماً بين القضية العامة والقضية الشخصية . (٣) لمع في ذهن پيرس إمكان اقامة نظرية لحساب القضايا ، وذكر بعض قوانينها لكنه أقامها على نموذج جـــبر الاصناف ، ولكن فريجه في الوقت نفسه استطاع أن يخرج بهذه النظرية ناضجة كاملة مستقلة عن الاصناف (٤) له فضل كبير في إقامة منطق العلاقات على نموذج جبر الاصناف مستفيداً من الافكار التي أدخلها دي مورجان عن خصائص العلاقات ، فدرس العلاقات وطورها في حساب منطقي بما يحوى من مقدمات أولية وقوانين ونظريات مستنبطة .

ب – أتم إرنست شرويدر E. Shröeder (١٨٤١ – ١٩٠٢) رسالة

بيرس ، فأقام نسقاً منطقياً متكاملاً على نموذج الجبر؛ وطور نظريات الأصناف والعلاقات والقضايا أكثر مما تركها بول وبيرس . لقد أحتوى منطق شرويدر أيضاً كتابة المنطق التقليدي في صورة جبرية ، وصياغة التصنيف الرباعي للقضية الحملية وقوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر والقياس ، كل ذلك في قالب رمزي جبري. أدرك شرويدر أيضاً بعض أخطاء تلك القوانين التقليدية ؛ إذ رأى أن قوانين التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد فاسدة إذا كان موضوع القضية يمثل صنفاً فارغاً ، ورأى بالتالى فساد الاستدلال المباشر والقياسي اللذين ينطويان على الانتقال من مقدمات كلية إلى نتيجة جزئية لقد دون شرويدر جهوده في كتب ثلاثة :

مجال حساب المنطق Operations kreis des Logik kalkulus (١٨٧٧)، **محاضرات في جبر المنطق** Vorlesungen über die Algebra der ogik (١٨٩٠ – ١٨٩٥) في ثلاثة أجزاء ، **موجز جبر المنطق** Abriss der Algebra der Logik نشره ميلر E. Müller في الأعوام ١٩٠٩ – ١٩١٠ .

حـ – وفي زمن بيرس وشرويدر ظهر تيار منطقي آخر مخالف لهما –تيار لا يقنع باتجاه بول الجبري ، وإنما يشق طريقاً آخر نشأ عن بحث ثوري في أصول الرياضيات ، وهو بحث في الانساق الاستنباطية في الهندسة ، ومحاولة إقامة علم الحساب نسقاً استنباطياً ، ثم محاولة رد التصورات الأساسية للحساب – ومن ورائها التصورات الرياضية البحتة كلها–إلى تصورات منطقية خالصة . ولكي يصل هذا البحث إلى هدفه ، رأى انصاره أنهم بحاجة إلى سلاح منطقي جديد يطاول الرياضيات في اسلوبها ونسقها الاستنباطي ، ومن ثم نشأة المنطق الرمزي الذي لا يُردّ إلى الجبر بل يَردّ الجبر والحساب والهندسة اليه ، ويجعل جبر الاصناف والعلاقات جزءاً صغيراً منه ، وكان بيانو وفريجه من مؤسسي هذا التيار الجديد .

الباب الثالث

ضحى المنطق الرمزي

الفصل الثامن

المنطق الرمزي وتطور الرياضيات

٤٣ – علم الهندسة والنسق الاستنباطي :

أ – اتجه المنطق الرمزي وجهة جديدة على أيدي فريجه وبيـــانو حين حاولا إقامته علماً رمزياً يتخلص من آثار لغة الحديث، واقامته نسقاً استنباطياً محكماً نضع فيه قائمة التعريفات والمقدمات الأولية واضحة صريحة منذ البدء. نشأ موقفهما ذاك عن بحثهما في الرياضيات وأصولها. لهذا ينبغي قبل أن نعرض لهما ان نشير الى تطور الرياضيات والمشكلات الناتجة عنه مما أدى الى البناء المنطقي الجديد، وان نشير بوجه خاص الى تطور الهندسة والتحليل (١) .

ب – بدأت الثورة على الهندسة الاقليـــدية بجهود چيرولامو ساكيري Gerolamo Saccheri الرياضي المنطقي الإيطالي الذي عاش في نهـاية القرن السابع عشر وأوائل القرن الثامن عشر الميلادي، مما دوّنه في كتابه **يُطلب من اقليدس كل مـــا هو جديد** (١٧٣٣) Euclides ab omni Naevo Vindicatus . كان ساكيري مصلحاً لاقليدس أكثر منه ثائراً عليه، فقد نظر

---

(١) الإيجاز في هذا الفصل مخلّ ٠ لكنه وافٍ بغرضنا . ذكر تطور الرياضيات بتفصيـــل يتصل بفلسفة الرياضة وهو خارج عن موضوع بحثنا ؛ مجرد الإشارة إليه كافٍ لنا حيث يرسم ملامح بداية المنطق الرمزي في المرحلة التي نحن الآن بصدد نشأتها .

في المصادرة الخامسة في الهندسة الاقليدية التي تقول : « إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين بحيث يكون مجموع الزاويتين الداخلتين من جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين ، فإن هذين الخطين يلتقيان إذا امتدا من جهة هاتين الزاويتين » . رأى ساكيري أن هذه المصادرة معقدة ، ومن ثم يلزم أن تكون موضوع برهان ، لا أن نبدأ بالتسليم بها.[٢] لا يهمنا هنا برهان ساكيري ومدى نجاحه أو فشله فيه ؛ تهمنا فقط الإشارة الى أنه قدّم - في ثنايا برهانه - أفكاراً هندسية جديدة ، مما حفز الرياضيين من بعده الى اقامة ما سمّي « الهندسة اللاإقليدية » (وهذه العبـــارة من وضع جوس Gauss الرياضي الألماني ١٧٧٧ - ١٨٥٥) . ظلت أبحـــاث ساكيري مطمورة حتى انتبه إليها جوس وأدرك أن بها أفكاراً هندسية غريبة على اقليدس ، حينئذ نشأ نموذجان من الهندسة اللاإقليدية : قـــدم أحد النموجين لوباتشفسكي Lobachevsky الرياضي الروسي في بحث نشره عام ١٨٢٦ ، وقـــدم ثانيهما ريمان Riemann الرياضي الألماني في محاضرة القاها عام ١٨٥٤ . ونلاحظ أن هذين النموذجين يختلفان فيما بينهما ، كما يختلفان عن هندسة إقليدس [٣]. لوحظ

---

(٢) لم يكن ساكيري أول من حاول البرهنة على هذه المصادرة ، بل قدّم من قبل محاولات أخرى كلٌ من بطليموس الفلكي والرياضي الاسكندراني في القرن الثـــاني الميلادي وبروكلس Procleus الأفلاطوني المحدث الإسكندراني في القرن الخـــامس ، أنظر : Kneale, the Development of Logic, p. 380. ، يقول الدكتور محـمد ثابت الفندي أن نصير الدين الطوسي في القرن الخامس الهجري قدم نفس المحاولة التي قدمها ساكيرى فيما بعد ، أنظر كتابه : فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٦٩ ، ص ٥٤ - ٥ .

(٣) من مبادىء هندسة لوباتشفسكي : المكان سطح منحن curve ، من نقطة خارجة على خط مستقيم ، يمكن رسم عدد لا متناه من المستقيمات الموازية له ؛ زوايا المثلث الداخلة أقـل من قائمتين . من مبادىء هندسة ريمان . المكان سطح كروي ، لا يمتد الخط المستقيم إلى غير نهاية وإنما هو منتهٍ لأنه دائري ، ليس المستقيم أقصر بعد بين نقطتين وإنمـــا المنحني أقصر الخطوط ، لا مستقيمات متوازية ، زوايا المثلث الداخلة أكثر من قائمتين . أنظر : محمد ثابت الفندي : المرجع السابق ص ٥٦ - ٧ ، وأيضاً :

Kneale, op. cit., p. 382.

فيا بعد أن الهندسات اللااقليدية لم تنحصر في هذين النموذجين ، وانما يمكن إقامة عدد لامتناه من الأنساق اللا اقليدية التي لا يعنينا هنا تفصيلها [٤] .

حـ – حين تطورت الهندسات اللا اقليدية ، بدأ المشتغلون بالهندسة في ملاحظة أمور ثلاثة : (١) تعريفات ومبادىء ومصادرات النسق الاقليدي مختلفة عن مثيلاتها في الأنساق الجديدة . (٢) تعريفات ومبادىء ومصادرات إقليدس مرتبطة بالاشكال والرسوم diagrams أي إذا إردنا البرهان على نظرية اقليدية واستخدمنا الاشكال والرسوم ، بدت واضحة ، فإذا استبعدنا تلك الرسوم والاشكال وأبعادها ، جاء البرهان ناقصاً معيباً ، خـذ النظرية الأولى في الكتاب الأول من المبادىء Elements ، من خط مستقيم ، يمكن رسم مثلث متساوى الأضلاع ، يبدأ البرهان على هذه النظرية بعمل دائرتين مركز كل منهما أحد طرفي المستقيم المعطى بنصف قطر مساوٍ لطوله، فتتلاقى الدائرتان في نقطتين . ونصل إحدى نقطتي التقاطع بطرفي المستقيم ، نحصل على مثلث متساوى الاضلاع ، ويقوم البرهان على النظرية باستخدام مبادىء ومصادرات معينة مما وضعها إقليدس منذ البدء . لقد لاحظ علماء الهندسة أن هذا البرهان يقوم على افتراض ضمني ليس مسجلاً في قائمة المبـادىء والمصادرات المعطاة ، وهو أن الدائرتين يجب أن تتقاطعا في نقطتين.تساءلوا إذن لِمَ يجب أن تتقاطع الدائرتان في نقطتين فقط ، لا في نقطة واحدة أو ثلاثة ؟ حينئذ ظهرت فجوات استنباطية أخرى في نسق أقليدس .

(٣) هندسة اقليدس مرتبطة بالمكان ، مـا دامت ترتبط بالاشـكال ، وارتبطت أيضاً بتصور معين للمكان وهو أنه سطح مستو ، وأن المكان

(٤) أنظر : محمد ثابت الفندي : المرجع السابق ص ٦٠ – ٦٣ .

الهندسي صادق على المكان الفيزيقي ، وهـذا فرض آخر استخدمه اقليدس دون أن يضعه صريحاً منذ البدء [٥] .

ء – من الملاحظات السابقة ، نشأت الاسئلة الآتية : هل لا يمكن إقامة قائمة تعريفات ومبادىء محددة لكل الانساق ؟ وإذا كان هذا التحديد غير ممكن ، فإيّ الأنساق صادق وأيهـا كاذب ؟ وما شروط أقامـة النسق الصحيح ؟ بحث الرياضيون في وضع أسس النسق الاستنبـاطى ، ووصلوا إلى الموقف التالي : لا تسلْ عن صدق واقعي لمبادىء أو مصادرات أو نظريات ، وإنما خذ نقطة بدايتك أيّ تعريفات ومبادىء ، ثم استنتج منها نظرياتٍ بحيث يكون الاستنتاج استنباطا صوريا محكماً دقيقا ، حينئذ يكون النسق صحيحاً ، فإذا جاء في النسق فجوة منطقية أو عيباستنباطي فالنسق إذن فاسد . وقد وضع الرياضيون الشروط التي يجب توفرها في أي نسق استنباطي ، نوجزها فيما يلي : (١) أن نضع منذ البدء بطريق صريح واضح قائمة بالحدود اللامعرّفه التي يمكننا بفضلها تعريف قائمـة من حدود أخرى ، وان نبتعد بهذه التعريفات عن المعاني المألوفة للألفاظ في الواقع . (٢) ان نضع قائمة «القضايا الأولية » التي نبدأ بها بلا برهان ، لا لأنهاواضحة بذاتها ، فقد لا تكون كذلك ، وإنما لانها تنطوي على علاقات منطقية بحته بين حدودها، ولا أثر فيها لبداهة حسيه أو تطبيق واقعي ؛ نلاحط هنا أن قد بطل التميز القديم بين المبدأ والمصادرة ، وأصبح كلاهما قضية أوليـة نأخذها بلا برهان ونبدأ منها البراهين،كما اصبحا في مرتبة واحده من الوضوح أو البساطة أو التصديق. (٣) ان نستنبط نظريات من تلك المقدمات الأولية

---

(٥) قارن : الفصل الأول ، الفقرة ٤ حـ . وأيضاً :

S. F. Barker, Philosophy of Mathematics, Printice-Hall, Inc., N. J., 1964 pp. 21 - 2. وأيضاً :

R. Blanché, Axiomatics, English trans. by G. B. Keene, London, 1962, pp. 5 - 10.

استنباطاً صورياً محكما لا أثر فيه لرسوم وأشكال أو لفكرة المكان . كان مورتز باش M. Pasch أول من قاد هذه الحركة عام ١٨٨٢ [٦] – حركة الأكسيوماتيك أو وضع أسس النسق الاستنباطي في الهندسة ، وقد تطورت الحركة على أيدي كثيرين وأضافوا الى العناصر السابقة شروطاً يجب توافرها في قائمة القضايا الأولية وهي الاتساق consistency والتمام completeness والاستقلال independence ، لقد اسطاع الرياضيون حينئذ إعادة صياغة الهندسة الاقليدية في ضوء هذه العناصر والشروط بحيث تتسق الصياغة الجديدة مع نسق اقليدس ونظرياته دون أخطاء أو فجوات ، وبذلك تصبح نسقاً استنباطياً صحيحا ، مثلها في ذلك كمثل الأنساق اللااقليدية الصحيحة [٧].

٤٤ – علم الحساب والنسق الاستنباطي :

أ – قبل ظهور الهندسات اللاإقليدية كان قد نشأ علم التحليل Analysis وحين تطورت تطور معها. ويشمل التحليل فروع الرياضيات التي تخلصت من الخطوط والأشكال وتصورات المكان بحيث تصاغ صياغة عددية جبرية بحته،ومن ثم يشمل التحليل علوم الجبر والهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل الى جانب علم الحساب ، ويستبعد الأنساق الهندسية التي لا يمكن تناولها في صور جبرية . لقد تطور علم التحليل تطوراً ملحوظاً منذ أوائل القرن التاسع عشر ، يكفينا الحديث هنا عن مظهرين من مظاهره، هما ظهور أنواع جديدة من الأعداد ، واكتشاف الدالات المنفصلة . كنا يعرف الأعداد الطبيعية natural numbers وهي الصفر ، ١ ، ٢ ، ٣ الخ ، واكتشف الرياضيون

---

(٦) محمد ثابت الفندي : المرجع السابق ص ٦٧ – ٧٠ .

(٧) Blanché, op. cit., p. 33. ، وأيضاً : Kneale. op. cit., p. 384.

أنواعاً جديدة من الأعداد منها العدد المنطوق rational n مثل : $\frac{+2}{+1}$ ، العدد الأصم irrational n. مثل $\sqrt{2}$ والعدد المركب أو الخيالي complex or imaginary n. مثل $\sqrt{-1}$. عرف الفيثاغوريون العدد الأصم الذي عجزوا عن تحديد قيمته تحديداً عددياً دقيقاً ، كما عرف ديكارت العدد الخيالي ، وسماه ليبنتز ، الكمّ المستحيل ، لأنه رأى استحالة الوصول إلى جذره التربيعي . وانتبه رياضيو القرن التاسع عشر إلى وجوب تعريف هذه الإعداد، وقضوا فيها وقتاً وجهداً ومحاولات متتابعة، ومن بينهم ديوكند Dedekind (١٨٣١ – ١٩١٦) وكانتور G. Catnor (١٨٤٥ – ١٩١٨) وفريجه وبيانو .

ب – كان المألوف حتى بداية القرن الماضي أن كل الدالا ت متصلة، الدالة function من وضع ليبنتز ، وقصد بها المنحنى الهندسي geometrical curve الذي يعبر عن علاقات « متصلة » متتابعة بين كمّين متغيرين هما «الاحداثيان» co ordinates ، فإذا أخذنا شيئين محددين مثل حرارة الغاز والضغط الواقع عليه فإن العلاقة التي تنشأ من تغير أحدهما عند تغير الآخر ترسم خطاً منحنياً. تسمي هذه العلاقة دالة وهي متصلة اتصال الخط المنحنى الهندايي بحيث تكون للدالة قيمة معينة في كل نقطة من نقط المنحنى [٨] . وبدأ التحليل مرتبطاً بالهندسة والاتصال المكاني . لكن توصل كوشي Cauchy إلى اكتشاف دالات منفصلة discontinuons f ، فجاء الشك في المكان الهندسي ، ومن ثم الشك في أحد أسس التحليل ، وتبع كوشي رياضيون آخرون اكتشفوا افكاراً رياضية أدت إلى نبذ فكرة الحدس المكاني [٩] . اكتشف الرياضيون حينئذ

---

(٨) محمد ثابت الفندي : المرجع السابق ص ٩١ – ٢ .
(٩) المرجع السابق ص ٩٢ – ٣ .

أن التحليل قد فقد مصدر يقينه وهو المكان المتصل ، فاضطروا إلى البحث عن مصدر آخر لليقين . تأكد هذا الموقف – وهو أن المكان لم يعد أساساً ليقين العلم الرياضي – بعد ظهور الهندسات اللاإقليدية وتطورها، ذلك التطور الذي انطوى على نبذ فكرة المكان والرسوم .

حـ – أدى الموقف السابق الى ظهور حركة يمكن تسميتها « تحسيب التحليل»[١٠] أو تحويل التحليل الى حساب Arithmetisation of Analysis والمقصود بها التماس يقين التحليل في يقين علم الحساب ، لكن علم الحساب كان وقتئذ مشغولاً بمشكلات أنواع الأعداد التي ظهرت فيه ، ومن ثم تلزم محاولة تعريف تلك الأنواع من الأعداد وذلك بردّها الى الأعداد الطبيعية . جدّت الآن مشكلة جديدة هي استحالة القيام بهذا الرد دون إقامة علم الحساب نسقاً استنباطياً له حدوده الأولية وتعريفاته ومصادراته ونظرياته المستنبطة ، وهو ما لم يتم بعد ؛ ولذا كانت الخطوة الواجب القيام بها قبل تحويل التحليل إلى حساب هي إقامة الحساب نسقاً استنباطياً . ولقد قدّم فريجه وبيانو – كل منهما مستقلاً عن الآخر أول الأمر – محاولتين لنسق استنباطي للحساب ، وحاول رياضيون آخرون تعريف الأعداد المنطوقة والصماء والخياليه وردها الى الأعداد الطبيعية ، ومنهم ديدكند وكانتور وفريجه . ونشأ عن الحركة السابقة اتجاه آخر في فلسفة الرياضيات هو الاتجاه اللوجستيقي logistic ويعنى رد التصورات الأساسية لعلم الحساب – تعريف الأعداد والعمليات الحسابية المختلفة – ومن وراء الحساب فروع الرياضيات جميعاً إلى تصورات منطقية بحته ، ومن أصحاب هذا الاتجاه الرياضيون السابق ذكرهم ، وطوّره فيما بعد رسل ووايتهد .

د – قصدنا من الإشارات الموجزة السابقة في تطور الرياضيات ، الى بيان

(١٠) العبارة العربية من وضع الدكتور ثابت الفندي .

أن تطور المنطق الرمزي بعد بول ، جاء نتيجـــة تطور الرياضيات . أريدَ للهندسة أن تكون نسقاً استنباطياً ، وأُريد للحساب أن يكون كذلـك . وأُريد رد التصورات الأساسية للرياضيات الى تصورات منطقية خالصة ولكي نرد الحساب الى المنطق ، يلزم أن نشتق قضايا الحساب الأساسيـة من قضايا منطقية خالصة، ولتحقيق ذلك يلزم صياغة القضايا الأساسية في المنطق صياغة صورية رمزية تبلغ حدّاً بعيداً ، ويستلزم أداء هـــذا العمل بحثاً جديداً في القضية وتركيبها،وطريقة كتابتها في صورة رمزية خالصة، وحصر أنواعها ، وبحثاً في الاستنباط ووضع مبادئـــه وقوانينه ، وبحثاً في الأسماء والتصورات والعلاقات ، ومن هنا نشأ منطق بيانو وفريجه .

الفصل التاسع

بيانو والمنطق الرمزي

٤٥ - مقدمة :

أ - چيوسيب پيـــانو giuseppe Peano (١٨٥٨ - ١٩٣٢) أعظم الرياضيين الايطاليين في اواخر القرن التاسع عشر واوائل القرن العشرين ؛ كانت الرياضيات موضوع اهتمامه الأساسي . حاول صياغة نظريات الهندسة الاقليدية بعد أن وضع لها نسقاً من اللامعرفات والتعريفات والمصادرات بحيث أصبحت نظريات اقليدس استنباطاً محكماً لا فجوة فيه ، وهي محاولة مختلفة عن محاولات كلّ من باش وپادوا Padoa وهلبرت Hilbert لاعادة صياغة نفس الهندسة . وحاول أيضاً جعل علم الحساب نسقاً استنباطياً بوضع ثلاثة أفكار لا معرفة وخمسة مصادرات [١] نستطيع بفضلها تعريف الإعـــداد الطبيعية وصياغة قضايا الحساب التي تحويها ؛ وقام بنصيب ملحوظ في حركة الاتجـاه اللوچستيقي - بمعنى رد التصورات الأولية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية خالصة . قدم پيانو واتباعه - وابرزهم بادوا وفايلاتي Vailati - هـــذه

---

(١) أنظر : Kneale, The Development of Logic, pp. 373 - 7
وأيضاً : محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، ص ١٢٠ - ١٢١ .

المحاولات الكبيرة في كتب عديدة أهمها : (١) عرض منهج جديد لمبادىء الحساب Arithmetices Principia Nova Methodo Exposita (١٨٨٩) ، وضع فيه أسس علم الحساب . (٢) **المصطلح الرمزي للمنطق الرياضي** Notations de Logique Mathematique (١٨٩٤) ، وضع فيه الرياضيات في لغة رمزية خالصة [٢] . (٣) **تدوين الصيغ الرياضية** Formulaire de Mathematiques ، في خمس أجزاء (١٨٩٥ – ١٩٠٨) ؛ وليست هذه أجزاء بالمعنى المألوف وإنما كانت طبعات متعددة متتابعة لكتاب واحد ، كل طبعة تالية تعديل وتطوير للصورة التي أتى عليها نفس الكتاب في طبعته السابقة ، وقد طوّر بيانو فيه موضوعات الكتابين السابقين ، مضيفاً اليها مصطلحه الرمزي وهو اختراعه الفذ .

ب – شارك بيانو في أقامة المنطق الرمزي كما شارك في إبحاث الرياضيات لكن كانت مشاركته في المنطق بالعرض ، بمعنى أنه دخل إلى المنطق من باب الرياضة : حين كان يشرح طبيعة البرهان الرياضي وتعريفه للأعداد ، كان يصطنع استدلالات لها طابعها المنطقي الخالص ، ومن ثم وصل إلى أفكار وقوانين منطقية جديدة أصبحت فيما بعد جزءاً لا يتجزأ من نظريات المنطق الرمزي . شارك بيانو في إقامة نظرية حساب القضايا أو نظرية الاستنباط ، وأدرك أهمية فكرة الصنف ودرس خصائصه وأنواعه اكثر مما وصل اليه بول وبيرس وشرويدر ، وأعطى تعريف الصنف الفارغ كما ميز بين عضوية الفرد في صنف وأحتواء صنف آخر ، وهو أمر لم يفطن إليه السابقون . توصل أيضاً إلى فكرة دالة القضية Propositional function ودرسها لامكان اشتقاق الرياضيات من مبادىء منطقية ، وقدم

---

(٢) يبدو أن بيانو أول من استخدم عبارة « المنطق الرياضي » وكان يعني بها البحث في رد الرياضيات إلى المنطق . أنظر : P. H. Nidditch, the Development of Mathematical Logic, London, 1962, pp. 73 - 77.

أفكاراً جديدة في نظرية حساب دالات القضايا (أو حساب المحمول) . حاول بيانو صياغة كل الافكار والقوانين السابقة في صورة رمزية خالصة خالية من أي أثر لاستخدام لغة الحديث ، ومن ثم قدم مصطلحاً رمزيا يحوي رموزاً لمتغيرات الحدود والاصناف والقضايا ورموزاً للثوابت ؛ يضاف إلى ذلك كله وضع المنطق في نسق استنباطي بوضع قائمة لحدوده اللامعرفة وتعريفاته ومقدماته الأولية

حـ - نريد أن نحقق - بقدر ما لدينا من وقائع - ما إذا كان بيانو قد توصل إلى المواقف المنطقية السابق ذكرها قبل فريجة أم أنه أخذها عنه . إن السبب الذي من أجله نثير هذا التساؤل هو أن رسل حين اتصل ببيانو لأول مرة عام ١٩٠٠ (٣) ، سجل أنه تعلم من بيانو كثيراً من النقط المنطقية السابقة ، وقال رسل ذلك وقتئذ لانه لم يكن قد عرف فريجه بعد ، فلما عرفه عام ١٩٠١ أعلن أن النقط التي استفادها من بيانو كانت مألوفة من قبل لفريجه . نريد الآن تحقيق مدى اتصال بيانو بفريجه ونضع أمامنا الوقائع الآتية :

(١) كانت الرياضيات موضوع اهتمام بيانو الرئيسي ، أما أفكاره المنطقية فقد جاءت عرضاً إذ كانت وليدة اتجاهه اللوجستيقي ، بينما اهتم فريجه بالمنطق اهتماماً خاصاً كاهتمامه بالرياضيات تماماً ، إذ درس فريجه المنطق التقليدي دراسة عميقة كما درس ما وصل إليه بول وكان يتجه نحو إقامة منطق أكثر شمولاً مما ذهب اليه بول ومدرسته ، وتلك دراسة لم تتح لبيانو .

(٢) نشر فريجه أول أعماله المنطقية عام ١٨٧٩ ، بينما نشر بيانو أول أعماله الرياضية التي بها أفكار منطقية عام ١٨٨٩ .

---

(٣) تجد تفصيل اتصال رسل ببيانو وفريجه في الفصل الثالث عشر - الفقرة ٦٥ .

(٣) عرف فريجه بيانو وأعماله وقتاً ما قبل عام ١٨٩٥ ، حيث نجـد اشارة فريجه إلى بيانو في سياق نقده لمنطق شرويدر [٤] .

(٤) عرف بيانو فريجه واعماله وقتاً ما بعد عام ١٨٩٥ ، ذلك لانه عدل من مصادراته لنسق الحساب في الطبعة الثانية لكتاب **تدوين الصيغ الرياضية** بعد اطلاعه على نسق فريجه الحسابي الذي دوّنه في كتابه **اسس علم الحساب** Die Grundlagen der Arithmetik ونشره عام ١٨٨٤ [٥] ونلاحظ أن بيانو قدم في طبعة تالية لكتابه السابق ذكره آنفـاً مصطلحه الرمزي المبسط باللغة اللاتينية ولعله ابتكره كتبسيط للمصطلح الرمزي المعقد الذي أقامه فريجه في كتابه **كتابة التصورات : لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغة علم الحساب** عام ١٨٧٩ .

يمكننا من الملاحظات السابقة استنتاج ما يلي . كان فريجه وپيانو يعملان في الرياضة والمنطق ، كل منهما مستقلاً عن الآخر ، أول الأمر ؛ وأن الاتصال بينهما بدأ عام ١٨٩٥ تقريباً ؛ حينئذ استطاع پيانو تعديل بعض أفكاره في نسق الحساب وفق أفكار فريجه ، كما استطاع تبسيط بعض افكار فريجـه المنطقية ؛ وقد يكون فريجه لاحظ أن پيانو اكتشف بعض ما اكتشفه هو

---

(٤) أنظر مقال : A Critical Elucidation of Some Points in E. Schroeder's Vorlesungen uber Die Algebra Der Logik ، ونشر المقـال بالألمانية في Archiv für Sy tematische Philosophie, Vol I, 1895. تجد المقال مع مقالات أخر وأجزاء من كتب فريجه مترجمة إلى الإنجليزية نشرت بعنوان :

Translations from the Philosophical W itings of G. Frege, by Geach and Black, Oxford, 2dn ed. 1960.

(٥) جعل بيانو أول مصادرات الحساب أن الصفر عدد ، وكان جعلها من قبل أن الواحد الصحيح عدد . أنظر :

Kneale, op. cit.. p. 473.

من قبل وهنا جاءت إشارات كل منهما الى الآخر في كتاباتـــه ، من قبيل اشتراكهما في الوصول الى أفكار معينة ، وانتمائهما الى اتجاه واحد .

٤٦ – المصطلح الرمزي :

(المصطلح الرمزي) notation هو صياغة القضـــايا وقواعد الاستنباط والقوانين المنطقية في لغة رمزية لا أثر فيها لكلمات لغة الحديث ، ونجد أول مصطلح رمزي للمنطق عند فريجه [٦] ، استعان فيه بحروف الهجاء اليونانية وبخطوط أفقية ورأسية وأقواس – وهو مصطلح صعب الطبع كما انه صعب على القارىء متابعة فهم دلالاته بسهولةوبعكس هذا نجد مصطلحاً رمزياآخر للمنطق عند بيانو ، جذب صاحبي البرنكبيا فيما بعد لبساطته فاصطنعاه في نسقهما المنطقي والرياضي . نجد صوراً أخرى مختلفة للمصطلح الرمزي عند هلبرت ولوكاشيفتش وآخرين ويعنينا هنـــا مصلح بيانو . حين يشرح نظرية الاستنباط أو حساب القضايا يعطي الرموز p ، q ، r ، s الخ ليعبر كل منهـا عن القضية ككل دون تمييز حدودهـا . (سوف نعطي هنا الحرف العربي ق ترجمة للحرف p ، والحرف ل ترجمة للحرف q ،والحرف م ترجمة للحرف r). عرف بيانو « القضية المركبة » – وهي نقطة البداية في نظرية حساب‌القضايا، ما قطع الرواقيون فيها شوطاً متواضعاً – وهي القضية المؤلفة من قضيتين أو اكثر ترتبطان بأحد « الثوابت المنطقية » ، وتلك فكرة اساسية أخرى في النظرية السابقة ، أضافها بيانو إلى ما بدأه الرواقيون . جدّة بيانو – ومعه فريجه – هو أنه أول من وضع للثوابت رموزاً.رمز إلى السلب بالعلامة~،

---

(٦) نعم ، صاغ ليبنتز وبول وبيرس نظرياتهم في الأصناف والعلاقات صياغة رمزية في كثير من مواضعها ، وجاء شرويدر وتوّج أعمالهم باصطناع مصطلح رمزي كبير تناول فيه النظريات السابقة مطورة ، لكن كان قوام هذه المصطلحات جميعاً رموزاً جبرية خالصة ؛ أما مصطلحات فريجه وبيانو فقد خلت من رموز الأعداد والعمليات الحسابية .

والى الربط بالعلامة (.) ، وإلى الفصل بالعلامة (V) ، وإلى التضمن بالعلامة (⊃) ، وإلى التكافؤ بالعلامة (≡) . (سنبقي هذه العلامات برسومها هذه في العربية) . حين يشرح بيانو نظرية الاصناف ، يجعل الحروف الاولى a ‘b ‘c الخ رموزاً لأصناف (وسنحيلها هنا بالحروف الاولى من العربية ا ، ب ، حـ على التوالي) . يرمز إلى العضو في صنف بالحروف الأخيرة x ‘y ‘z (وسنحيلها هنا أيضاً إلى الحروف الأخيرة من العربية هـ ، و ، ى). يرمز بيانو إلى عضوية الفرد في صنف بالعلامة (ε) وإلى احتواء الصنف في آخر بالعلامة (⊂) وهو نفس رمز التضمن. رمز بيانو للدالة بالرمز (F) وإلى دالة القضية بالرمز (×) F ، وإلى السور الكلى universal quantifier بالرمز (×) ، وإلى القضية الكلية بالرمز (×) F (×) وإلى السور الوجودي existential quantifier بالرمز (∃ ×)وإلى القضية الوجودية بالرمز F (×) (∃ ×) (٧) .

٤٧ – النسق الاستنباطي

ا – أراد بيانو للمنطق الرمزي أن يكون نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة والحساب ؛ أي وضع منذ البدء طائفة الحدود اللامعرفة والتعريفات والمصادرات، بحيث تصبح النظريات المنطقية استنباطاً محكما من تلك البدايات. ساهم بيانو – كما قلنا – في وضع مبادىء نظريات حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الاصناف ، لكنه لم يساهم في وضع أسس نظرية حساب العلاقات. وسوف نعرف من بعد أن فريجه وأصحاب البرنكيبيا يجعلون لكل نظرية من النظريات السابقة نسقها الاستنباطي، لكن بيانو وضع نسقا واحداً

(٧) قارن : Kneale, op. cit., p. 521. ، وأيضاً : Nidditch, op. cit., p. 75.

يطبقه على كل النظريات التي شارك في بنائها ، وفيما يلي اشارة إلى نسقه .

ب – الأفكار الأولية primitive notions : صنف ، حد ، تعريف ، سلب ، عضوية الفرد في صنف ، والتضمن الصوري وتقرير قضيتين معاً. هذه الأفكار نأخذها بلا تعريف ، ونبدأ بها لوضوحها ؛ هي واضحة لا لأنها فطرية أو قبلية ، وانما لبساطتها وانه يمكن استخدامها في تعريف افكار أخرى . نريد التعليق على فكرتين فقط ، ونبدأ بعضوية الفرد في صنف . لقد ميز بيانو بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر ؛ إنه التمييز بين «سقراط انسان» و« كل انسان فان ». من الواضح أن هذا التمييز مرتبط بالتمييز بين القضية الشخصية singular p والقضية الكلية أو العامة ، ولكي نوضح قيمة هذا التمييز الذي أعطاه بيانو – ومن ورائه المناطقة الرمزيون المعاصرون – اهمية كبرى ، يحسن الرجوع بالوراء قليلاً .

حـ – لقد رأى أرسطو – ومن ورائه المنطق التقليدي – أن القضية الشخصية والكلية من صورة منطقية واحدة ، ومن الشواهد على ذلك ما يلي: (١) كان ارسطو يعتبر القضية الشخصية كما لو كانت قضية كلية إذا دخلت مقدمة في قياس(٢)تنطوي القضية الكلية على تقرير وجودي لأفراد موضوعها أي أن الحد العام يدل على وجود واقعي كما أن أسم العلم يشير إلى شيءجزئي في الواقع ، ذلك لأن أرسطو كان قد وصل إلى صياغة نظريته الواقعية في المعنى ، يكون بمقتضاها للكليات والمعاني العامة قوام واقعي، وان كان واقعاً غير محسوس [٨] . (٣) موضوع القضية الشخصية مستغرق كموضوع القضية الكلية ، ذلك لأننا ننظر إلى «سقراط» في القضية « سقراط فان » مثلاً على

---

(٨) أنظر W. D. Ross, Aristotle, London, 5th ed. 1949, p. 158.
وأيضاً : Kneale, op. cit., pp. 60 - 1.

انه حدّ يسند المحمول كله اليه لا إلى جزء منه ، واسم العلم لا يجري عليه التجزىء [٩] .

د – بالرغم من أن أرسطو والتقليديين لم يميزوا بوضوح كما انهم لم يميزوا تمييزاً حاسماً بين القضية الشخصية والقضية الكلية ، فانا نجد عند أرسطو والتقليديين نقطاً أخرى توحي بادراكهم لذلك التمييز ، نشير إلى بعضها فيما يلي . (١) يمكن سلب الحد العام بينما لا يوجد سلب لاسم العلم : (لا أبيض) قد يكون له معنى ، بينما (لاسقراط) لا معنى له لأنه ليس اسماً لأحد . (٢) للقضية الكلية عكس ، بينما القضية الشخصية لا تعكس : تعكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة ، كما تعكس الكلية السالبة إلى كلية سالبة ، بينما لا عكس للقضية الشخصية ، ذلك لان اسم العلم لا يكون محمولاً في قضية. نعم يمكن لاسم العلم ان يتخذ مكان المحمول مثلما نقول ان (فيلسوف العدالة هو سقراط) ، لكن حينئذ لا تؤدي (سقراط) وظيفة المحمول بل لا تزال موضوع الحمل . (٣) لقد ميز أرسطو في **المقولات** بين نوعين من الجوهر ، الجوهر بالمعنى الأولي in the Primary sense ، وهو الفرد individual ، والجوهر بالمعنى الثانوي in the secondary sense وهو الأجناس والأنواع ، ويعنى أرسطو بذلك أن موضوع القضية الشخصية موضوع حمل حقيقي؛ بينما موضوع القضية الكلية موضوع حمل بالعرض [١٠] . وحين رفض أرسطو في **الميتافيزيقا** أن الأجناس والأنواع جواهر –في سياق هجومه على نظرية المثل الافلاطونية– ظل على رأيه في أن الشيء الجزئي هو الموضوع الحقيقي للحمل ؛ وقد أكد ذلك حين ميز في سياق آخر في كتاب **التحليلات الأولى** بين الحمل الطبيعي

(٩) أنظر : D. Mitchell, An Introduction to Logic, pp. 43 - 4.
(١٠) Categories, 2 a 11 - 13.

natural predication والحمل المتكلّف un natusal p. وقداستخدم القضية الآتية لتوضيح هذا التمييز. تعبر القضية (قطعة من خشب بيضاء a log is white) عن حمل طبيعي حيث أننا نسند صفة البياض الى شيء جزئي بينما تعبر القضية «الأبيض قطعة من خشب» the white is alog عن حمل متكلف لأننا نعني أن شيئاً ما تصادف أنه أبيض ، لا أن أبيض شيء حملنا عليه انه قطعة خشب ، حيث ليس من الطبيعي ان نحمل جوهراً على صفه [11] . (٤) لا يستخدم اسم العلم كحد أوسط في قياس إلا في الشكل الثالث ، لكنا حينئذ لا نستخدمه استخداماً حمليا ، بمعنى أنه لا يقوم بوظيفة التعدّي : حين نقول سقراط فيلسوف ، سقراط مصلح للشباب ، إذن بعض الفلاسفة مصلحون ، فإن (سقراط) لم نقم بوظيفة الربط بين الحدين الأصغر والأكبر ربطاً كاملاً ، مثلما تقوم فان مثلاً بوظيفة الربط الكامل في القياس كل انسان فان ، كل فان مركب، إذن كل إنسان مركب. تلك نقط منطقية نجدها هنا وهناك في المنطق الأرسطي ، توحي بادراك ارسطو بالتمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية ، لكنه لم يفعل . وقد يكون بيانو أدرك كل هذه التمييزات أو بعضها ، وقد لا يكون ؛ لكن له فضل كبير في التمييز بينهما ؛ ان ذلك التميز هو أساس التمييز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف في آخر .

هـ – التضمن : أدرك بيانو أن التضمن علاقة منطقية أساسية وربطه بصياغة القضية الشرطية المتصلة ، كما فعل الميغاريون والرواقيون وبيرس من قبل ؛ وربط بيانو أيضاً – كما فعل بيرس من قبل – بين التضمن في مجال القضايا والاحتواء في مجال الاصناف؛ مثل على التضمن في نظره : « إذا كان هـ انسانا فهو إذن فان » ذلك مثل على ما سوف يسميه رسل «التضمن الصوري»

---

(١١) An. pr. 83 a 5 - 14. ؛ قارن أيضاً :
Ross, op. cit., p. 166.

formal implication ليميزه من التضمن المادي material im ومثال له هو « إذا كان ا حينئذ ب » (المتغيرات هنا رموز إلى قضايا) . لم يميز پيانو بين هذين النوعين من التضمن ، ورأى كل تضمن صوريا .

و – التعريفات :

يقدم پيانو تعريفات اربعة: (١) إذا كان ا رمزاً إلى صنف؛ هـ ، و رمزين إلى أعضاء في اصناف ، فإن « هـ ، و ينتميان إلى ا » تعني أن « هـ عضو في ا وأن و عضو في ا » . (٢) إذا كان ا و ب رموزاً لأصناف فإن « كل ا هو ب » تعني أن « هـ هو ا تتضمن أن هـ هو ب » . (٣) إذا كان ا وب رموزاً لأصناف ، فإن الضرب المنطقي بينهما يتألف من عـــدد الأفراد التي تكون أعضاء في الصنفين ا وب معاً، أو اعضاء في الصنف ا ب. (٤) الصنف الفارغ هو الصنف المحتوى في كل صنف .

يستعين التعريف الأول بفكرة عضوية الفرد في صنف ويوضح نفس هذه الفكرة ، أما التعريف الثـــاني فانه يستعين بفكرة التضمن « الصوري » . نلاحظ أن پيانو توصل من فكرتي عضوية الفرد في صنف والتضمن الصوري إلى أن التعبير الصحيح عن القضية الكلية الموجبة هو صياغتها على نحو ينطوي على التضمن الصوري ، وقد توصل پيرس وفريجه إلى النقطة الأخيرة من قبل لكن كان ثلاثتهم يعملون باستقلال أحدهم عن الآخرين [١٢] . يستعين پيانو في ثالث تعريفاته – وهو الضرب المنطقي – بفكرة لا معرفة هي تقرير قضيتين في وقت معاً simultaneous affirmation of two propositions ، وتعني أنه إذا كان هـ عضواً في الصنف ا وعضواً في الصنف ب ، فإنه يمكن تقرير أن هـ عضو في الصنف ا ب . رابع تعريفات پيانو ثورة على منطق پيرس وشرويدر لأن هذين يفهما الصنف فهما ماصدقيا فقط ، ومن ثم حين اعترفا

(١٢) قارن الفقرات ٣٧ ، ١٥٣ .

بالصنف الفارغ لم يستطيعا اعطاءه تعريفاً واضحاً طبقاً للنظرية الماصدقية ؛ لقد أعطى پيانو تعريفه الواضح لأنه نظر إلى الصنف نظرة مزدوجة : من جهة المفهوم ومن جهة الماصدق .

ز – القضايا الأولية :

القضايا الأولية primitive propositons قضايا نقبلها بلا برهـــان ، ونستخدمها لاستنباط قضايا أخرى منها ، وقد وضع بيانو خمسة قضاياأولية يمكن أن نستنبط منها كل قوانين المنطق الأكثر تعقيداً ، ونذكرها فيما يلي :

(١) « كل صنف محتوي في ذاته » every class is contained in itself يكافيء هذا المبدأ في حساب الاصناف – عند بيانو – مبدأ في حساب القضايا وهو « كل قضية تتضمن ذاتها » every proposition implies itself وكلاهما تعبير عن قانون الهوية .

(٢) « الضرب المنطقي بين صنفين صنف جديد » .

(٣) إذا كان ٲ ، ب رمزين الى صنفين فإن الضرب المنطقي بينهما – ما نعبر عنه بالرمز ٲ ب – محتوى في الصنف ٲ ومحتوى في الصنف ب أيضاً، ويكافىء هذا المبدأ مبدأ آخر في حساب القضـــايا ، وهو أن أي تقرير عن صنف من القضايا يتضمن تقريراً عن أي قضية من هذا الصنف ، وصيغة هذا المبدأ الأخير : ں . ل ⊃ ں ($p . q \supset p$) ؛

ں . ل ⊃ ل ($p \cdot q \supset q$) .

(٤) صورتان متميزتان للقياس : (ٲ) « إذا كان ٲ ، ب ، حـ اصنافا وأن ٲ محتوى في ب ، هـ عضو في ٲ ، فإن هـ عضو في ب » (ب) « إذا كان ٲ ، ب ، حـ اصنافا وإذا كان ٲ محتوي في ب ، ب محتوى في حـ ، فإن ٲ محتوى في حـ » . لقد ميز پيانو بين صورتين متميزتين من الضرب الأول من الشكل الأول للقياس التقليدي – ما لم يكن ملحوظاً من قبل – إذ تحوي

الصورة الأولى قضية شخصية كمقدمة ، بينما كل قضايا الصوررة الثانية كليات، وقد قام هذا التمييز على التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والقضيةالكلية . نلاحظ أن الصورة (ب) من القضية الألية (٤) تنطوي على علاقتي التضمن والتعدي ، وقد رأى پيانو أنها أساس لكل استنباط نلاحظ أيضاً أن پيانو نظر في الصورة (أ) من نفس القضية الأوليةفيطبعاته التالية لكتابه المذكور، فوجد أنه يمكن – في حساب القضايا – أن تتخذ الصورة الآتية :

[ن ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ن . ل) ⊃ م].

$[\, p \supset (q \supset r) \,] \supset [\, (p.q) \supset r \,]$ ؛ وقد علّق رسل على الصيغه إلأخيرة بقوله أنهـا صادقة دائماً حتماً لكن لا يمكن اشتقاقها من صورة الضرب الأول من الشكل الأول حـــين تكون المقدمة الصغرى شخصية (١٣) .

٤٨ – خاتمـة :

يذكر لپيانو أربعة مواقف رئيسية ساهم بها في اقامة المنطق الرمزي:(١) ابتـكار مصطلح رمزي فذّ في سهولته وبساطتهووضوحه نافس به المصطلحات الرمزية الأخرى التي قام بها مناطقة آخرون معاصرون له مثل فريجه ، وقد جذب مصطلحه الرمزي اصحاب البرنكپيا فاصطنعوه في نسقهم المنطقي ؛ وقد تميز هذا المصطلح ايضاً باحتوائه على حروف لغوية تـــدل على الأصناف (أو الحدود العامة) وأفراد الاصناف (أسماء الأعلام) والقضايا، وعلامات أخرى ترمز الى الثوابت المنطقية ، ولقد خلا هذا المصطلح من رموز الجبر وعلامات الأعداد ، ومن ثم يعتبر مصطلحـــه تطوراً لمصطلحات أصحاب جبر المنطق .

---

(١٣) اعتمدنا في بيان خطوات النسق الإستنباطي وصيغه عند بيانو على الفقرات التي خصصها رسل في مبادىء الرياضيات لتلخيص منطق بيانو إعترافاً بفضله ؛ أنظر :

B. Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, pp. 26 - 36.

(٢) قدم اضافات منطقية هامة نضرب هنا أمثلة منها : ميز بين اسم العلم والحد العام تمييزاً حاسماً ، وبالتالي بين القضية الشخصية والكلية ؛ ميز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر ؛ ميز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك الصنف ، وذلك يعني انه اعطى تعريفاً للصنف من جهة المفهوم ومن جهة الماصدق ؛ ومن ثم تعتبر هذه التمييزات تطوراً أو تصحيحاً لمواقف أهل جبر المنطق .

(٣) شارك في إقامة مبادىء ثلاثة نظريات في المنطق الرمزي هي : حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف ، الكنه لم يهتم اهتماماً كافياً بوضع مبادىء نظرية حساب العلاقات ، قدم بعض الأفكار الرئيسية في نظرية حساب القضايا ، فوضع القضايا المركبة - والقضايا الشرطية المتصلة بوجه خاص - والثوابت المنطقية وبعض قوانين هذا الحساب في صيغ رمزية خالصة لم تكن معروفة عند الرواقيين أو بيرس . وقد توصل بيانو إلى أفكار دالة القضية والسور الكلي والسور الوجودي وبعض قوانين حساب الدالات ، كل ذلك في صيغ رمزية خالصة . أما في حساب الأصناف فقد خلص هذه النظرية من رموز الجبر وعلامات الإعداد ، كما خلصها من بعض الاخطاء المنطقية التي ارتكبها أصحاب جبر المنطق السابقون عليه والمعاصرون كما قلنا ؛ وقد وضح أيضاً أفكار الصنف الفارغ وعضوية الفرد في صنف وزاد بعض الأفكار السابقة في جبر المنطق توضيحاً .

(٤) وضع بيانو النظريات المنطقية السابقة في نسق استنباطي رمزي خالص بادئاً بقائمة اللامعرفات والتعريفات والمصادرات وفق مصطلحه الرمزي.

نلاحظ أن الموقفين الأول والثاني مما ذكرنا أصبحا جزءاً لا يتجزأ من المنطق الرمزي فيما بعد ، لكن بالرغم من أهمية ما أضاف من أفكار ومبادىء في النظريات الثلاثة المشار اليها ، فانه لم يضعها بكل عناصرها وفي صورة كاملة ، وسوف يقوم فريجه بهذا العمل الكبير ويطوّره اصحاب البرنكيبيا .

الفصل العاشر

منطق فريجه (١)

القضايا والدالات

٤٩ – مقدمة :

أ – فردريك جوتلوب فريجه F. G. Frege (١٨٤٨ – ١٩٢٥) من أكبر الرياضيين الألمان في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين . كان أستاذ الرياضيات في جامعة يينا jena فيما بين ١٨٧٩ و ١٩١٨ . شارك في حركة « تحسيب التحليل» أي تحويل التحليل إلى حساب ، وفي « الاتجاه اللوجستيقي» أي رد التصورات الرياضية الأساسية الى تصورات منطقية خالصة ،وله جهوده الكبيرة في تعريفه للأعداد الصماء والأعداد الواقعية والاعداد المركبة تعريفات منطقية بحتة ؛ وله نظريات في طبيعة العدد وطبيعة القضية الرياضية محدداً موقفه من نظريات كنط ومل والرياضيين المعاصرين له [١] . وكان فريجه يعلم ان قد سبقه غيره من الرياضيين إلى الاستعانة بتصورات منطقية في تحديد التصورات الرياضية وتعريف بعض أنواع الأعداد مثل

---

(١) تجد تفصيلا لهذه المواقف في : Kneale , The Development of Logic pp. 435 - 8 , 443 - 67

ديدكند (١٨٣١ – ١٩١٦) وكانتور (١٨٤٥ – ١٩١٨) ، لكنه أدرك أنه لكي يكون العمل اللوجستيقي محكماً يلزم أن يكون المنطق ذاتـه نسقاً استنباطياً محكماً ، وهذا لم يقدمه السابقون على نحو مكتمل ؛ ولكي يؤدي فريجه هـذا العمل الجديد ، يلزمه مراجعة المنطق التقليدي كله وأعمال ليبنتز وبول المنطقية والإرشاد الى اخطائها وتوجيهها وجهة جديدة ، وذلك ما لم يقم به أحد . لفريجه تحليلاته الجديدة للقضية : مـا هي وأنواعها ، وعناصر كل منها ، ووظيفة كل عنصر ، ثم صياغته لقوانين الاستنباط .

ب – لقد دوّن فريجه اعماله في كتب ومقالات عدة نذكر أهمها : (١) **كتابة التصورات : لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغـة علم الحساب** Begriffsschrift , eine der Arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens (١٨٧٩) ، وضع فيه أسس منطقه الجديد ومحاولة لإقامه اتجاهـه اللوجستيقي [٢] . (٢) أسس علم الحساب Die grundlagen der Arithmetik (١٨٨٤) [٣] ، وهو محـاولة متطورة للاتجاه اللوجستيقي مع نقد مواقف معينة في طبيعة العدد . (٣) **القوانين الأسياسية لعلم الحساب** Die Grundgesetze der Arithmetik في جزءين نشر الأول عام ١٨٩٣ والثاني ١٩٠٣ . في الفترة ما بين إخراج هذين الجزءين شعر أن لديه أفكاراً منطقية أصيلة لم يحتويها كتابه الأول ، فنشرها في مقالات ثلاثة : (٤) **الدالة والتصور** uber Funktion und Begriff (١٨٩١) ، (٥) **التصور**

---

(٢) عنوان هذا الكتاب مضلل من وجهين : (ا) يوحي بأنه بحث في منطق التصورات ، بالرغم من انه بحث في كل نظريات المنطق ، (ب) يوحي بانه بحث يرد المنطق الى الحساب ، بالرغم من انه بحث يرد الحساب الى المنطق .

(٣) لهذا الكتاب ترجمة انجليزية قام بها Austin بعنوان TFe Foundations of Arithmetic

والموضوع uber Begriff und gegenstand (١٨٩٢) ، (٦) المعنـــى والاشارة uber Sinn und Bedeutung (١٨٩٢) [٤] .

حـ — قد تبدو نظرة بول إلى ألمنطق معارضة لنظرة فريجه من حيث أن الأولى تجعل المنطق فرعاً من الجبر وان الثانية ترد الحساب إلى المنطق، لكن التعارض ليس حقيقياً ، لم ينكر فريجه على بول ما قدمه للمنطق، وإنما أراد أن يخـْطُ بالمنطق خطوات نحو الصورية والإحكام أكثر مما أتي عليه بول؛أضف إلى ذلك أن بول لم يتناول إلا نظرية واحدة هي نظرية الاصناف ، بينما يجعل فريجه هذه النظرية جزءاً من كلّ ، يشمل منطقاً للقضايا والدالات والعلاقات أيضاً . قد يقال أن پيرس وشرويدر بحثا في بعض ما قدمه فريجه مثل رد بعض الأفـــكار الرياضية إلى أفـــكار منطقية ، وفكرة الأسوار quantifiers ، والقضية الوجودية ، وبعض مبادىء الاستنباط في القضايا ؛ لكن يجب ألا ننسى أن ابحاثها هذه كانت محصورة في نطاق منطق الاصناف والعلافات فقط ، بينما كان منطق فريجه شاملا ، بالاضافة إلى اشارته إلى كثير من الأخطاء المنطقية التي وقع فيها پيرس وشرويدر ؛ ومن ثم يمثل فريجه بحق بحق الحلقة العظمى الثالثة من سلسلة تطوير المنطق الرمزي ، ولا عجب إذا وجدنا كواين Quine أحد كبار المناطقة المعاصرين — يجعل عام ١٨٧٩ حداً فاصلا بـــين منطق قديم ومنطق جديد : لعـــله يقصد عام نشر فريجه كتابة التصورات [٥] .

---

(٤) هنالك ترجمة إنجليزية للباب الأول من كتابة التصورات ومقالات « الدالة والتصور » ، « التصور والموضوع » ، « المعنى والإشارة » ومقالات اخرى ، وصدر بعنوان :

Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, by M. Black and Peter Geach, Oxford, 2nd ed., 1960.

في إشاراتنا القبلة لهذا الكتاب سنذكر كلمة Translations متبوعة بعنوان الكتاب او المقالة المترجمة ، وصفحة الكتاب المترجم .

(٥) W. V. O. Quine. Mehtods of Logic. London 1952. preface vii.

د – بالرغم من أن فريجه كان عميقاً أصيلاً في أفكاره المنطقية فإنه لم يجذب انتباه المناطقة اليه ، ذلك لأن لغته الرمزية كانت صعبة الفهم والطبع . لقد كان پيانو أول من عرفه خمس عشرة سنة بعد أن كتب فريجه كتابه المنطقي الأول ، حينئذ استفاد پيانو من منطقه وفلسفته الرياضية ، كما حاول ابتكار مصطلحه الرمزي للمنطق بحيث استطاع قراء فريجه ان يفهموه إذا ما استخدموا لغة بيانو . أن أول من كشف عن عبقرية فريجه بتفصيل لم يكن پيانو وانما رسل حين عرفه عام ١٩٠١ ، وكان پيانو هو الذي أرشده اليه عام ١٩٠٠ (٦) .

٥٠ – أخطاء القضية الحملية

سنجمل منطق فريجه في ثلاثة موضوعات رئيسية : القضية والدالة ، المنطق كنسق استنباطي ، المعنى والاشارة ؛ سوف نوجز موضوع القضية والدالة على النحو التالي : لقد اكتشف فريجه بعض أخطاء في تصور المنطق التقليدي للقضية الحملية ، كما أشار إلى النقط المنطقية التي قبلها من المنطق التقليدي في تلك القضية ، ودعمها دعماً جديداً ، حين عرض ما في تصور ذلك المنطق في القضية الحملية من حسنات وعيوب ، رأى أن لديه ما يقوله من صور أخرى من القضية غير القضبة الحملية مثل قضية الهوية والقضية الوجودية ، بل وجد لديه تعريفاً جديداً للقضية المنطقية وتركيبها . حين فعل فريجه ذلك ، لم يكن يصلح المنطق التقليدي وانما أراد الثورة عليه ، إذ أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول واصطناع لغة الدالة والحجة . نبدأ بالاشارة إلى الأخطاء التي رأى فريجه أن التقليديين وقعوا فيها في تناولهم للقضية الحملية :

أ – بينما يرى المنطق التقليدي أن الحكم في القضية الحملية مُوجّه إلى الموضوع ، يرى فريجه أن الحكم موجّه إلى الموضوع والمحمول دون تميز ، مثلما

---

(٦) نجد تفصيل صلات رسل بفريجه وبيانو في الفقرة ٦٥ ب و حـ .

تحوّل معنى قضية ما من حالة البناء للمعلوم إلى البناء للمجهول . خذالقضيتين: «الأغريق هزموا الفرس» ، « الفرس هزموا بواسطة الأغريق » ، قد يتجه الحكم هنا إلى الاغريق مسندين اليهم هزيمتهم للفرس ، كما يتجه نفس الحكم إلى الفرس مسندين اليهم هزيمتهم إمام الاغريق . يمكننا أن نجعل الحـــدّ الذي يبدأ به قائل القضية أو كاتبها هو موضوع الحكم ، حيث يريد توجيه الانتباه اليه ، لكن ذلك أمر ذاتي لا قيمة له في لغة رمزية ، ومن ثم رأى فريجه أن التمييز الحاسم بين ما هو موضوع وما هو محمول ليس ضرورياً للتفكير في الحكم ، وانه يمكننا إصدار حـــكم دون أن نسند محمولاً معيناً إلى موضوع معين (٧) .

ب – بينما يرى التقليديون أن القضية الحملية تتضمن حكما أو تقريراً بشيء، يميز فريجه بين عنصرين في القضية : محتوى content وتقرير assertion ، يميز بعبارة اخرى بين الحمل والتقرير ، إذ يمكننا إسناد محمول إلى موضوع دون أن نلتزم بتقرير صدق أو كذب ؛ في القضية إذا كان القمر شديد البرودة فحياة الإنسان عليه مستحيلة ، إذا أخذنا مقدّم تلك القضية أو تاليها وحده ،يكون لدينا حمل لا تقرير ، أي نكون قد أعلنّا فكرة أو مجموعة أفكار دون أن نقرر شيئاً (٨) .

حـ – رأى فريجه أن السور في القضية الحملية جزء من المحمول ، وليس مستقلاً عنه كما ظن التقليديون. المحمول في القضية (كل فيلسوف عالم بالمنطق) ليس عبارة (عالم بالمنطق) وإنما (كل ... عالم بالمنطق) ، ان المحمول في

(٧) Translations, Begriff, p. 3.

(٨) Ibid., pp. 1 - 2, 64 n.

القضايا (كل مصري يتقن العربية)،(كل مصري لا يتقن العربية) هو (كل... يتقن العربية)، (كل ... لا يتقن العربية) [٩].

د - يرى التقليديون أن القضية السالبة لا تصدر حكماً جديداً بقدر ما تسلب حكماً موجباً، ومن ثم رأوا وظيفة السلب إنكاراً لحكم ما، بينما يرى فريجه ان القضية السالبة حكم مستقل بذاته يحمل معنى مستقلاً ويمكننا رفضه كالقضية الموجبة تماماً. ولو كان السلب عدماً لما أمكننا إنكاره، إذ أننا ننكر دائماً حكماً قائماً. بوضح فريجه هـــذا التمييز بمثالين: إذا لم يكن المتهم في برلين وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم، لكن المتهم لم يكن في برلين وقت ارتكاب الجريمة؛ إذن لم يكن هو المجرم؛ إذا كان المتهم في روما وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم؛ لكن المتهم كان في رومـــا وقت ارتكاب الجريمة؛اذن لم يكن هو المجرم. رأى فريجه أن هذين القياسين الشرطيين المنصلين من صورة منطقية واحدة بالرغم من أن المقدمة الكبرى في الأول تنطوي على سلب وفي الثاني تنطوي على ايجاب. ومن جهة اخرى، رأى فريجه أن لا اختلاف بـــين القضية الموجبة والسالبة من حيث الصورة المنطقية وإنما في محتوى حكم كل منها فقط؛ ففد رأى فريجه صعوبة في تمييز القضية الموجبة من السالبه .خذ أمثلة: (النبي معصوم)،(النبي ليس معصوماً)، (النبي معرض للخطأ). نعم نعتبر محتوى القضية سالبا إذا حوت القضيـة أداة السلب لكن من الممكن أن يكون محتوى القضية سالباً دون استخدام أداة سلب [١٠]؛ فادا كنا في سياق الاعتراض على عصمه النبي، كانت القضية (النبي معصوم) سالبة في محتواها، وإذا كنا في سياق الاعتقاد بعصمة النبي كانت القضية (النبي معرض للخطأ) سالبة.

---

(٩) Ibid., Negation, pp. 127, 131. ؛ انظر ايضاً :
P. Geach, Reference and Generality, N. Y., 1962, p. 58.

(١٠) Translations, Negation, pp. 124 - 5.

هـ – ليس التمييز بين القضية الكلية والجزئية عند فريجه تمييزاً بين صورتين منطقيتين مختلفتين وإنما تمييز بين محتوى الحكم فيهما . في القضيتين (كل انسان ذكي) ، (بعض الناس أذكياء) ، لا نقول هذا حكم جزئي وذاك حكم كلي: كلاهما حكم ويقوم الخلاف بينهما في محتوى الحكم فقط ؛ وصف الناس كلهم بالذكاء أو وصف بعضهم فقـــط ، لكن صورة الحكم واحدة وهي الصورة الحملية (١١) .

٥١ – اسم العلم والمحمول .

أ – بالرغم من اكتشاف فريجه بعض أخطاء في تصور المنطق التقليدي للقضية الحملية فقد اتفق مع ذلك المنطق في نقطة أساسية وهي ان أسم العلم إذا دخل في قضية حملية يكون موضوعاً دائماً ولا يمكن أن يكون محمولاً ، وهو سماه أرسطو « الجوهر بالمعنى الأوّلي ». (١٢) رأى فريجه أن اسم العلم لا يؤدي وظيفة المحمول، وأن المحمول لن يكون موضوعاً لحمل بالمعنى الدقيق . يقول فريجة : « ... إن التصور (كما أفهم الكلمة) يقوم بوظيفة المحمول ، أما اسم شيء ما –اسم العلم – فإنه عاجز تماماً عن استخدامه كمحمول. يبدو أن ذلك محتاج لتوضيح وإلا كان [التمييز] باطلاً (١٣). حين وضح فريجه هذه النقطة توصل الى تحليلات جديدة لأنواع أخرى من القضية، إذ اكتشف التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية ، وإن الأولى حملية بالمعنى الدقيق وإن الثانية ليست حملية (١٤) ؛ واكتشف أيضاً نوعين من القضايا لا يوصفان بانهما

(١١) Translations, Begriff, pp. 4 - 5.

(١٢) قارن الفقرة ٤٦ د .

(١٣) Translations, Conceptand Object, p. 43.

(١٤) وجدنا هذا التمييز عند بيانو ، لكننا نلاحظ أن فريجه كان أسبق منه إلى إعلانه التمييز ، لأنه نادى به في مقال نشر عام ١٨٩٢ ، بينما اشار بيانو اليه في Notations de Logique Mathematique الذي نشر عام ١٨٩٤ . انظر :
Trasnlations, p. 44 n., p. 94 n.

حمليتان هما قضية الهوية والقضية الوجودية . توصل فريجه بعبارة أخرى إلى أن القضايا الكلية والهوية والوجودية ليست قضايا حملية على الاطلاق .

ب – لقد قدم فريجه التمييزات الآتية بين اسم العلم والمحمول: (١) الوظيفة الأساسية لإسم العلم هي إشارته إلى شيء فردي معين ويسميه (موضوعاً) objcct [١٥] ، بينما رأى أن الوظيفة الأساسية للمحمول أن يـــدل على تصور concept ، والتصور هو المعنى العــــام الذي يندرج تحته أشياء فردية متعددة . الخاصة الأساسية لإسم العلم أنه لفظ يؤدي معنى تاماً مستقلاً دون حاجة إلى لفظ آخر يتمم معناه؛ (سقراط) إسم علم يعطى بذاته معنى مستقلاً، ومعناه هو من يمكنك أن تتحدث عن شخصيته وأفكاره إذا كنت تعرف الفلسفة الإغريقية؛ أما الخاصة الأساسية للمحمول فهي انه لا يمكنك إستخدامه بمفرده وإنما يحتاج إلى إسم علم ليعطيه معناه ؛ (إنسان) لفظ دلالته في ذاته ناقصة ويحتاج إلى إسم علم ليتمم معناه ، ومن ثم لا يقوم الإسم – حيث يسمّي شيئاً فردياً واحداً – بوظيفة الحمل أي الدلالة على معنى عام ، كما أن المحمول لا يقوم بوظيفة الإسم – حيث انه ليس إسماً لشيء فردي واحد [١٦] .

(٢) الكلمات الدالة على السور في القضية مثل (كل) ، (بعض) ، (لا) . . . الخ لا معنى لها إذا إرتبطت باسم العلم ، لكن لها معنى إذا ارتبطت بالمحمول .

---

(١٥) يستخدم فريجه كلمة « موضوع » object لتدل على اشياء عدة : الموجود الفردي الجزئي المحدد ، العدد ، قيمة الصدق ، المكان ، الفترة الزمنية الخ . يرتبط توضيح رايه في هذه النقط بفلسفة الرياضيات حيث يرى ان الاعداد مثلاً ليس مجرد رموز من صنع الإنسان وإنما هي اشياء لها موضوعيتها واستقلالها عن الإنسان ، وان على الإنسان ان يكتشفها . سوف نتجاهل هنا الموقف الواقعي بالمعنى الاسكولائي لفريجه في العدد وقيمة الصدق الخ. نهتم هنا فقط بالموضوع كشيء يشير إليه إسم العلم ؛ سنترجم object بعبارة « شيء جزئي فردي » لا « موضوع » حتى لا تختلط الكلمة بالموضوع كعنصر في القضية الحملية . انظر .

Translations, Sense and Reference, p. 61.

(١٦) Geach, Reference and Generality, pp. 178 - 9.

(كل سقراط)، أو (بعض سقراط) عبارات لا معنى لها لأن اسم العلم لا يجري عليه التبعيض ، (لاسقراط) ليس إسم علم لأن اسم العلم لا يُسلب، بينما يكون للكلمات الدالة على السور معنى إذا ارتبطت بالمحمول : (ليس سقراط عالماً فيزيقيا) تعبير ذو معنى [١٧] .

٥٢ – قضية الهوية :

أ – وجد فريجه في التمييز بين القضية الشخصية singular proposition وقضية الهوية identity p. [١٨] أساساً للتمييز الحاسم بين إسم العلم والمحمول . نقول عن (الإسكندر قائد عظيم) أو (الزهرة كوكب) أنها قضية شخصية ؛ نقول عن (الإسكندر مؤسس مدينة الإسكندرية) ، أو (الزهرة هي النجم الصباحي) أنهـا قضية هوية : إن القضية الشخصية نوع مألوف عند التقليديين ، وكانوا ينظرون اليهـا على أنها من نفس الصورة المنطقية للقضية الكلية ، لكن يرجع الفضل إلى فريجه في أنه أول من أعلن التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية في العصر الحديث، وان الأولى قضية حملية بالمعنى الدقيق ، وأن الكلية ليست حمليـة على الاطلاق [١٩] . نلاحظ أن قضية

---

(١٧) قارن : Translations, Concept and Object, p. 48.

(١٨) لم يستخدم فريجه عبارات « قضية شخصية » و « قضية هوية » وإنما تحدث عن الجملة يندرج فيها شيء تحت تصور ليعني القضية الشخصية ، وعـن القضية التي تحوي إسمي علم بينهما علاقة مساواة ليعني قضية الهوية . اما تعبيرات « قضية شخصية » و « قضية هوية » فقد شاعت عند بيانو ثم رسل انظر :

Translations, p. 44.

(١٩) ميز بطرس راموس Peter Ramus من نقاد المنطق الأرسطي في القرن السادس عشر بين القياس الذي مقدمته الصغرى ونتيجته قضايا شخصية ، والقياس الذي مقدمتاه ونتيجته قضايا كلية ؛ انظر :

A. N. Prior, Fomal Logic, Oxford, 2nd ed., 1962, p. 160.

الهوية صورة جديدة من القضـــايا لم يتناولها التقليديون ، وقد اثبت فريجه بتحليله انها ليست قضية حملية .

ب – يبدو أن فريجه يعطي معيارين ليميز بهما القضية الشخصية من قضية الهوية : (١) تدل الرابطة في القضية الشخصية على الحمل، بينما تدل في الثانية على المساواة equality أو الهوية identity . (٢) لا يمكن تغيير مواضع عنصري القضية الشخصية دون أن تصبح بلا معني ، بينما يمكن تغيير مواضع عنصري قضية الهوية دون اخلال بالمعنى . إن المعيار الثـــاني أكثر المعيارين أهمية . خذ القضية « الاسكندر قائد عظيم » ، الاسكندر اسم عـــلم وهو وهو موضوع حمل ، « قائد عظيم » محمول يدل على تصور أو معنى عام تندرج تحته الشخصية المقدونية كما تندرج تحته غيرها من القادة . أما العبارة « قائد عظيم هو الاسكندر » فانها ليست قضية حملية على الاطلاق بل تعتبر صيغة رديئة لقضية ما لأن الاسكندر اسم علم يشير إلى شخص فرد ولا يمكن أن يؤدي وظيفة المحمول إذ أن المحمول يدل على معنى عـــام ولا يسمى فرداً ؛ « قائد عظيم » ليس موضوع حمـــل لأنه ليس اسماً ولا يمكن أن يؤدى وظيفة الموضوع . نعم يمكنك أن تعني بالعبارة «القائد المظيم هو الاسكندر» أن الاسكندر يوصف بانه أعظم القادة ، لكن حينئذ تصبح الصيغة متكلفة لقضية حملية وليست طبيعية ، إذ أن الحمل الطبيعي ما ينطوي على أن يكون موضوع الحمل سابقاً على المحمول . نرى مما سبق أن القضية الشخصية تصبح بلا معنى إذا غيرنا مواضع الموضوع والمحمول لأن اسم العلم لا يؤدى وظيفة المحمول وأن المحمول لن يكون موضوع حمل .

حـ – ننتقل إلى قضية الهوية. في القضية « الاسكندر مؤسس الاسكندرية » ليس لدينا محمول ولا موضوع حمل وإنما لدينا اسما علم . من الواضح أن « الاسكندر » اسم علم ؛ ينظر فريجه إلى مؤسس الاسكندرية ، على انهـــا اسم علم ما دامت تشير إلى فرد واحد معين دون غيره ، وأن الرابطة بين

حدّي قضية الهوية تعبر عن مساواة أو هوية ، ومن ثم يمكن تغيير مواضع الحدين ويظل الحكم هو هو ، إن القضية « مؤسس الاسكندرية هو الإسكندر » تصدر نفس الحكم الذي تصدره القضية الأصلية [٢٠] .

ى – حين قدم فريجه تحليله لقضايا الهوية ، وصـــل إلى نقطة جديدة في التمييز بين إسم العلم والمحمول : أعلن أنه بالرغم من أن إسم العلم لا يمكن ان يكون محمولاً في قضية ، فإنه يمكن أن يكون جزءاً من محمول . خذ قضيــة الهوية (الزهرة هي النجم الصباحي) ؛ رأينا أن القضية (النجم الصباحي هو الزهرة) تساوي القضية الأولى في المعنى وتعبر عـن نفس الحكم ، لكنا نجد الآن أن القضية (النجم الصباحي ليس إلا الزهرة) تساوي في معناها القضيتين السابقتين ؛ نلاحظ أن المحمول في القضية الأخيرة ليس (الزهرة) ، وإنما (ليس إلا الزهرة) ، وأن هذه العبارة الأخيرة لم تعد إسماً لكوكب وإنما تعبير يـــدل على تصور وإن كان لا يندرج تحته إلا شيء واحد وهو كوكب الزهرة ، ومن ثم تصبح القضية (النجم الصباحي ليس إلا الزهرة) قضية حملية أو شخصية موضوعها (النجم الصباحي) وهو إسم يشير إلى الزهرة وأن محمولها هو التصور السابق الإشارة إليه [٢١] .

٥٣ – القضية الكلية والجزئية والتسوير :

ﺃ – حين ميز فريجه بين اسم العلم والمحمول ، أقام تمييزاً حاسماً بـين القضية الشخصية والقضية الكلية ، وأعلن أنهما صورتان منطقيتان مختلفتان للقضية ، وإن الأولى هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق ، وإن الثانية ليست حملية على الإطلاق ، ذلك لأن موضوع القضية الكليـــة حدٌ عام يدل على

(٢٠) Translations, Concept and Object, p. 44. سوف نرى فيما بعد ان رسل يميز تمييزاً منطقياً حاسماً بين عنصري « قضية الهوية » في « النظرية الوصفية » .

(٢١) Translations, Concep and Object, p. 44.

تصور ومن ثم يؤدي وظيفة المحمـول بالرغم من أنه يتخذ مكان الموضوع . ينبغي أن ننظر إلى القضية الكلية على أنهـا شرطية متصلة ، لا حملية ؛ إن التعبير الصحيح عن الصيغة (كل ﺃ هو ب) يكون (إذا كان يوجد شيء ما مما نحمل عليه الخاصة ﺃ يلزم أن نحمل عليه الخاصة ب) ؛ ومن ثم فالقراءة الصحيحة للقضية (كل الحيوانات الثديية حيوانات فقرية) هي (إذا كان ﻫ حيواناً ثديياً فإن ﻫ حيوان فقري) (ﻫ متغير يرمز إلى شيء فردي في الواقع)(٢٢) . نلاحظ أن فريجه ذكر هذه النقطة بوضوح تام في مقال نشر عام ١٨٩٢ ، لكننا نجد أنه وصل إليهـا بطريق غير مباشر في سياق تحليله المستفيض لفكرة الشرط conditionality عام ١٨٧٩ (٢٣) . حين وصل فريجه إلى أن القضية الكلية إنما هي في الحقيقة شرطية متصلة ، أدرك أنه لا يتحتم أن تنطوي على تقرير وجودي existential import لأفـراد موضوعها : لا تنطوي القضية « كل انسان فان » بالضرورة على تقرير وجود الناس في الواقع ، وانما تقرر فقط انه إذا كان يوجد شيء ما ممـا يوصف بالانسانية يلزم أن يوصف ايضاً بالفناء . وصل فريجه من جهة أخرى إلى أن القضية الجزئية تتضمن تقريراً وجودياً واقعياً لافراد موضوعها (٢٤) نلاحظ أن ليبنتز وبول قد أدركا هذه النقطة لكن الأول لم يصدق نفسه لمعارضتها لارسطو وان الثاني لم يدرك اهميتها الثورية على المنطق التقليدي (٢٥) .

ب — حين بحث فريجه في القضـايا الكلية والجزئية ، تناول السور quantifier بالتحليل ؛ اذ أعطى المعنى السابق لكلمـة (كل) ، أي أنها لا تنطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوع القضية التي يرد فيها ، وأعطى

---

(٢٢) Ibid., p. 47.

(٢٣) Ibid., Begriff, pp. 5 - 7, 20.

(٢٤) Kneale, The Development of Logic, p. 485.

(٢٥) انظر الفقرات ٢١ ا ، ٢٨ ب .

معنى (بعض) لتعنى (شيء واحد على الأقل)،وتنطوي على تقرير واقعي لإفراد موضوعها.السور عند فريجه نوعان: سور كلي universal quantifier (وهذا التعبير من اصطناع پيرس) ويعبر عنه فريجه بالعمومية generality، وسور جزئي أو وجودي existential quantifier ؛ ولقد وضع فريجه لكل من النوعين رمزاً خاصاً سنشير إليه فيما بعد، بل وانطلق من هذه الرموز الى إقامة نظرية منطقية جديدة هي نظرية التسوير quantificationa theory أو نظرية حساب دالات القضايا functional calculus ويعتبر فريجه بحق مؤسس هذه النظرية[٢٦]. لقد سبق لپيرس انتناول الأسوار ووضع لهارموزاً، لكنه كان مهتما فيها بتطوير منطق العلاقات فقط، بينما استخدم فريجه تحليله للأسوار لإقامة مبادىء النظرية المشار اليها، وهي نظرية غريبة على پيرس.

٥٤ – القضية الوجودية :

أ – لقد قدم فريجة تمييزاً آخر بين إسم العلم والمحمول، حين حلـّل نوعاً آخر من القضايا – نعني القضايا الوجودية existential propositions. القضية الوجودية هي ما يكون موضوعها حدّا عاماً دالاً على تصور، ومحمولها حدّاً دالاً على وجود،مثلما نقول (الناس موجودون)أو (الحصن المجنحة موجودة)، وقد أعلن فريجه أن القضية الوجودية إذا كان موضوعها إسم علم فلا معنى لها ولا دلالة: إن القضية (قيصر موجود) ليست صادقة ولا كاذبة وإنما بلا معنى senseless لاننا حين نحمل الوجود على شخص معين نأخذ الوجود بمعنى تقرير وجود واقعي محسوس لذلك الشخص، لكن ما دامت الوظيفة الأساسية لاسم العلم هي أنه يسمّي شيئاً معيناً في الواقع ومن ثم يتضمن إستخدامنا له وجود مسماه فعلاً، فلا معنى إذن لاسناد وجود إليه. ومن جهة أخرى، حين نسند الوجود إلى حدّ عام فاننا لا نعني أثبات وجود واقعي لإفراده وإنما

---

(٢٦) Quine, op. cit., p. 166.

نعني أن هنالك معنى للتصور الذي يدل عليه إستخدام هذا الحد العام ، سواء له أمثلة في الواقع أو ليست له أمثلة . خذ القضايا الآتية : (الحيوانات التي تمشي على رجلين موجوده) ، (الحصن المجنحة موجودة) – تلك قضايا لا تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعاتها ، وإنما تنطوي على أن للموضوع معنى أو انه يمكننا تصوره والتفكير فيه .

ب – نلاحظ ان فريجه في تحليله للقضية الوجودية لم يستخدم الصور اللفظية السابقة مثل : (... موجود) ، وإنما كان يستخدم عبارات مثل : (لا يوجد ...) ، (there is ...) ؛ (يوجد شيء مما يكون ...) (something is a ...) ، (لا يوجد شيء مما يكون.. there is no such thing as ...) . نقول مثلاً (يوجد جذر تربيعي واحد على الأقل للعدد٤) ، أو (هنالك حيوانات تمشي على أربع) ، لهذه القضايا دلالة بمعنى ان الوجود يحمل على أنواع من الأشياء ، لكنه لا يحمل على أفراد . نلاحظ أن ليس بالقضية الوجودية موضوع : في التعبير « يوجد ... » نجد أن ما بعده يكون محمولا ، لكن « يوجد » هنا هي ذاتها محمول ، ومن ثم يميز فريجه بين محمول من الدرجة الأولى ، ومحمول من الدرجة الثانية : يُسند المحمول من الدرجة الأولى إلى افراد ، ويسند المحمول من الدرجة الثانية إلى محمولات من الدرجة الأولى . حين نقول «س فيلسوف» فان « فيلسوف » محمول من الدرجة الأولى ، ولكن حين نقول « يوجد فلاسفة » فان « يوجد » محمول من الدرجة الثانية ، أي أن صنف الفلاسفة يمكن التفكير فيهم أو الحديث عنهم (٢٧) .

---

(٢٧) انظر : Translations, Concept and Object, pp. 49 - 50.

رابضاً :

G E. M. Anscombe and P. Geach, 3 Philosophers : Aristole, Aquinas, Frege. Oxford, 1961, pp. 137 - 8, 159.

P. Ceach, « What actually exists? » in The Aristotelian Society Proceedings, Supplementary Volume, XLII, 1968, pp. 7 - 9.

٥٥ – الدالة :

أ – لم يبدأ فريجه بناءه المنطقي الضخم بالأفكار السابق ذكرها ، وانما كانت نقطة بدايته تطبيق فكرة الدالة function في الرياضيات على المنطق وحاول كتابة القضية المنطقية بلغة الدالة ، وقد احتاج منه ذلك إلى دراسة جديدة لعناصر القضية وأنواع القضايا ، ومن ثم كشف عن قضية الهوية والقضية الوجودية والقضية المركبة وأعطى تحليله الجديد للقضية الكلية القضية الجزئية ، وأراد وضع كل صورة من هذه الصور في لغة الدالة لكنه ادرك انه بحاجة لدراسة الثوابت المنطقية التي تنطوي عليها القضية المركبة ومن ثم انطلق إلى وضع أسس منطق الاستنباط أي استنباط قضية من اخرى ووضع قواعد هذا الاستنباط ، مما سوف يسمى من بعد « حساب القضايا » . أدرك ثانياً انه بحاجة إلى دراسة جديدة للأسوار التي تنطوى عليها القضايا الكلية والجزئية والوجودية ، ومن ثم انطلق إلى وضع أسس نظرية جديدة ، سميت فيا بعد « حساب دالات القضايا » . أراد فريجه ثالثاً كتابة كل هذه الانواع من القضايا بعناصرها من حدود وثوابت واسوار وقواعد استدلال القضايا بلغة الدالة وبذلك ارتفع بالمنطق في صوريته إلى حد بعيد . لم يكتف فريجه بتقديم المنطق رمزيا صوريا خالصاً ، وانما اراد له ان يكون نسقاً استنباطياً له افكاره اللامعرفة وتعريفاته ومصادراته التي يجب ان توضع صريحة منذ البدء . كان فريجه في كل هذه التحليلات يرجع إلى المنطق التقليدي ينظر في نظرياته بعين فاحصة ، يضع يده على ما فيها من صواب فيدعمه دعماً جديداً ، وعلى ما بها من اخطاء فيشير اليه . حين تعمق في القضية الحملية التقليدية لم يكن يقصد إلى اصلاح المنطق التقليدي وانما يتعمقه للاستغناء عنه : أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة ومن ثم يمكننا فهم قوله في افتتاحية كتابة التصورات : « ليس للتمييز بين الموضوع

والمحمول مكان في طريقتي لتناول القضية » [٢٨] . نظرية فريجه في كتـــابة القضايا بلغة الدالات موضوع الفقرة التالية ؛ نقدم لذلك بكلمة عن شرحه للدالة في الرياضيات .

ب – فكرة الدالة مأخوذة من علم التحليل [٢٩] ، ويعرفهـــا فريجه كما يلي :

> « افرض أن لدينا رمزاً بسيطاً أو مركباً في مكان واحد أو اكثر في تعبير ما ... فإذا تخيلنا إمكان إستبدال هذا الرمز بآخر (وان يكون [الرمز الجديد] هو هو في كل حالة نقوم فيها بعملية الاستبدال) في مكان او اكثر ، فإن الجزء من التعبير الذي يظل باقياً في حالة الإستبدال نسميه «دالة» ، والجزء الذي يمكن إستبداله نسميه «حجة الدالة» argument of the function » (٣٠)

خذ التعبير الآتي : ٢س^{٢}+س؛ الدالة هي ما يبقى في التعبير بعد استبعاد السينات أى « ٢ (   )^{٢} + (   ) » والحجةهي مايوضع في المكان الخالي. يمكن للحجة أن تكون غير محددة كما هو الحال في المثال السابق ، كما يمكن أن تكون الحجة محددة ، وحينئذ نسمي الحجة المحددة «قيمة الدالة لحجةما» the value of a function for an argument . مثال على الحجة المحـــددة للدالة السابقة : ٢ (١)^{٢} + ١ = ٣ ، ٢ (٤)^{٢} + ٤ = ٣٦ ، فنقول أن العدد ٣ قيمة الدالة ٢ س^{٢} + س للحجة ١ ، العـــدد ٣٦ قيمة نفس الدالة للحجة ٤ . قد يكون لدينا دالة واحدة لتؤلف مع حجج مختلفة أعداد مختلفة كالتعبير السابق ، وقد يكون هنالك دالات مختلفة لتمثل قيمة واحدة مثل : ٣ (١)^{٣} + ١ ، (٤) – (١) [٣١] .

---

(٢٨) Translations, Begriff, p. 2.

(٢٩) قارن الفقرة ٤٤ ب .

(٣٠) Translations, Begriff, p. 13.

(٣١) Translations, Function and Concept, p. 24.

حـ – خذ الدالة س^{2} = ١ وافرض اني استبدلت بالمتغير س حججاً مختلفة سوف أحصل على قيم مختلفة ، امثلة : (– ١)^{2} = ١ ، (١) ^{2} = ١ ، (٢)^{2} = ١ نلاحظ أن الدالتين الأولى والثانية صادقتان ، اما الدالة الثالثة فان قيمتها كاذبة . يُدخل فريجه هنا عبارة « قيمة صدق » truth-value ، وهي الحكم على دالة ما بالصدق أن كانت صادقة ، وبالكذب أن كانت كاذبة ومن ثم يقول أن « قيمة الدالة قيمة صدق » . نقول عن الدالة (–١)^{2}=١أن قيمة صدقها الصدق ، وعن الدالة (٢)^{2} = ١ ان قيمة صدقها الكذب[٣٢].

ء – وصل فريجه من تحديده للدالة في الرياضة إلى انهـــا « ناقصة » incomplete أو « غير مشبعة » unsaturated ، لأنها تحوى مكاناً خالياً وتصبح تعبيراً تاماً إذا ملأنا المكان الخالي بحجة محددة، وفي ذلك يقول فريجه : « أنا مهتم ببيان أن الحجة لا تتعلق بالدالة وانما ترتبط بها لتؤلف كلاً واحداً لأن الدالة في ذاتها يجب أن تكون ناقصة في حاجة إلى إتمام ، أو أنهـــا غير مشبعة ، ومن هذه الجهة تختلف الدالات اختلافاً أساسياً عن الأعداد.. »[٣٣]

٥٦ – الدالة والقضية :

أ – فريجه أول من طبق فكرة الدالة الرياضية في المنطق [٣٤]، إذ رأى انة يمكننا النظر إلى القضية ، لا على أنها مؤلفة من محمول وموضوع ، وانما من دالة وحجتها . لقد ربط فريجة بين المحمول والدالة ؛ كيف ذلك؟ سبق لهأن ربط الدالة بقيمة الصدق حين رأى أن بالدالة مكاناً خالياً إذا مـــلأناه بحجة

(٣٢) Ibid., p. 28.

(٣٣) Ibid., p. 24.

(٣٤) لقد وصل بيانو إلى فكرة تطبيق الدالة الرياضية في المنطق لإمكان اشتقاق أصول الحساب من مبادىء منطقية ، مما سجله في كتابه المصطلح الرمزي للمنطق الرياضي الذي نشر عام ١٨٩٤ ، بينما ادخل فريجه هذا التطبيق منذ عام ١٨٧٩ دون ان يعرف بيانو إلا بعد خمسة عشر عاماً ، ومن ثم لفريجه فضل السبق . قارن :
D. Mitchell, Introduction to Logic, London, 2nd ed., 1964, p. 77.

يصبح للدالة قيمة صدق ، ومن جهة أخرى ربط المحمول بقيمة الصدق لكنه لم يوضح بطريق مباشر وجه الربط ؛ من اليسير أن نجد تفسيراً لهذا الربط : إذا قلنا أن القضية تعبير يحتمل الصدق أو الكذب ، نجد أن الصدق أو الكذب قائم في إن المحمول يسند إلى الموضوع ايجابا (صدقاً) أو سلباً (كذباً) ومن ثم فالمحمول هو الذي يحدد صدق القضية أو كذبها، ربط فريجه إذن الدالة بقيمة الصدق كما ربط قيمة الصدق بالمحمول ، ومن ثم ربط الدالة بالمحمول . لقد استطاع فريجه حينئذ أن يعرّف القضية بأنها « دالة مكتملة » a completed functional expression [٣٥] — يقصد أن القضية تتألف من جزءين : جزء تام في ذاته وهو الموضوع أن كان أسم علم ونسميه الحجة ، وجزء ناقص وهو المحمول ونسميه الدالة . خذ مثالاً : « عمرو فتح مصر »: « ... فتح مصر» دالة ، « عمرو » حجة ، « ... فتح مصر » وحدها تعبير ناقص في حاجة إلى إتمام ، ويتم حين نملأ الفراغ باسم ، فإذا ملأنا الفراغ أمكننا الحديث عن قيمة صدق الدالة .

د — أدت هذه النظرة إلى القضية إلى رفض التمييز التقليدي بين الموضوع والمحمول في القضية . لقد رأى التقليديون أن الحكم في القضية الحملية منصبٌ على الموضوع ، ورأى فريجه ان الحكم منصبٌ على الموضوع أو على المحمول بلا تمييز ، ومن ثم يمكن النظر إلى أيٍّ من جزئي القضية على انه موضوع أو محمول . خذ مثالاً : في القضية « بروتس قتل قيصر » يمكن اعتبار « ... قتل قيصر » دالة ، و « بروتس » حجة ، بحيث يمكن تغيير هذه الحجة باسم آخر مع بقاء نفس الدالة ، كأن نقول مثلاً « كايوس قتل قيصر » ، وحينئذ نحكم على الدالة الأولى بالصدق، وعلى الدالة الثانية بالكذب. يمكننا اعتبار « بروتس قتل ... » دالة ، و « قيصر » حجة في القضية

---

(٣٥) G. E. M. Anscombe, An Introduction to Wittgenstein's Tractatus, London, 1959, p. 103.

« بروتس قتل قيصر »، ويمكننا أن نحتفظ بالدالة الجديدة ونأتي بحجة مختلفة: حين نقول أن «بروتس قتل...» هي الدالة فاننا نعني اسناد ارتكاب بروتس جريمة القتل ، وان قيصر هو موضوع هذا الاسناد ، أو الحجة . ولئن سألت فريجه : إذا جعلنا أيّ عنصري القضية دالة أو حجة بلا تميز ، فقد لانعرف أيها أُسند إلى ماذا ؟ يجيب فريجه أن لا معنى لهذا السؤال ، مثلما نقول عن التعبير « ٢+٣ » هل العدد ٢ هو الذي أضيف إلى العدد ٣ أم العدد ٣ هو الذي أضيف إلى العدد ٣ [٣٦] . نلاحظ أخيراً أن هذه النظرة إلى القضية لا تتعارض مع تميز فريجه الاساسي بين اسم العلم والمحمول ، لأنه قال هناك انه بالرغم من أن الاسم لن يكون محمولاً ، فانه يمكن أن يكون جزءاً من المحمول ، أضف إلى ذلك أنه لا زال للتمييز بين الموضوع والمحول اهمية كبرى في صياغة القضية بلغـــة الدالة لأنه يجب التميز بـــين القضية الشخصية والقضيه الكلية .

---

(٣٦) انظر Anscombe and Geach, 3 Philosophers etc. p. 151.

الفصل الحادي عشر

منطق فريجه (٢)

المنطق نسق استنباطي

٥٧ – مقدمة :

لاحظنا في ثنايا بحثنا أن محاولة إقامة المنطق علماً رمزيا استنباطياً بالمعنى الدقيق قد أخذت مراحل عدة : استخدم أرسطو بعض الرموز في منطقه ، لكنه لم يضع عناصر كل قضاياه وكل قوانينه في صور رمزية ، كما أن فكرة إقامة المنطق نسقاً استنباطياً لم تنشأ في ذهنه [١] . نجح الرواقيون في تطوير

(١) إذا أخذنا النسق الإستنباطي في المنطق بمعنى أن نضع قائمـة اللامعرفات والتعريفات والمصادرات وقواعد الإستدلال صريحة منذ البدء ، ثم نقوم بعد ذلك باستنباط نظريات منطقية من تلك القوائم – جاز لنا أن نقول أن لم يقم المنطق الأرسطي نسقاً إستنباطياً ؛ نعم وضع أرسطو تعريفات وقضايا اولية وقواعد الإستدلال في سياق عرض نظرياته لكنه لم يضعها صريحة منذالبدء قبل أداء البرهان على نظرياته . هذا لا يعني أن ليس في منطق أرسطو إستنباط : لقد عرف بعض قواعد الإستنباط كما هو واضح في قواعد التقابل والإستدلال المباشر والقياس التي أقرّها ، لكن يجب أن ندرك أن أرسطو حين وضع هذه القواعد كان مهتماً في نظرياته ببيان العلاقات المنطقية بين الحدود في قضية أو في قضايا ، ولم يكن مهتماً ببيان العلاقات المنطقية بين القضايا واستنباط بعضها من بعض ؛ إن دراسة موضوع العلاقات المنطقية بين القضايا واستنباط بعضها من بعض هو ما يسمى في المنطق الرمزي نظرية الإستنباط أو حساب القضايا ، وهـي نظرية لم يقطع أرسطو فيها شوطاً يُذكر .

الرموز الأرسطية ، كما قدموا باكورة الجهد في أقامة المنطق نسقاً استناطياً . وحاول ليبنتز إقامة منطق للأصناف في نسق إستنباطي،لكنه لم يقطع شوطاً كبيراً . حاول بول إقامة منطق رمزي استنباطي ، لكن كانت محاولته محصورة بنظرية الأصناف ، وفي ذلك تطوير لعمل ليبنتز ؛ اضف إلى ذلك أن بول كان أكثر اهتماماً في نظريته المنطقية بتطبيق تصورات جبرية وتطويرها ، من تحليل تصورات منطقية خالصه . يعتبر فريجه أول من أقام نظريات منطقية عديدة في قالب رمزي بحت وفي صورة نسق استنباطي على نحو لم يسبقه إليه أحد ، ولعل من الانصاف أن نستدرك فنقول أن بيانو بذل جهداً في إقامة نظريات المنطق الرمزي مستقلاً عن فريجه أول الأمر ، غير أن فريجه كان أسبق منه زمناً في تسجيلها وأغزر منه إنتاجاً واعمق تحليلاً.

نلاحظ أن فريجه وضع مبادىء نظريات المنطق الرمزي الأربعة (حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف وحساب العلاقات) عام ١٨٧٩، وإنه لم يعرض نظرياته -الواحدة مستقلة عن الأخرى - على النحو الذي فعله أصحاب البرنكيبيافيا بعد،وإنما عرضها جميعاً وكأنها أجزاء من نظرية واحدة.

نلاحظ أخيراً أن فريجه قد اهتم بإقامة مبادىء حساب القضايا وجساب الدالات ، وأنه نظر الى حساب الأصناف وحساب العلاقات على أنهما أوثق بأصول الرياضيات منها الى المنطق . ولكي نفهم إضافات فريجه في النظريتين الأولى والثانية ، يلزم فهم مصطلحه الرمزي أولاً :

٥٨ - المصطلح الرمزي :

أ - المصطلح الرمزي الذي أقامه فريجه عسير الفهم والمتابعة إذ كان يستخدم حروف الهجاء اليونانية ، وخطوطاً أفقية ورأسية برسوم معينة ولكل رسم معنى ، بحيث تطول الخطوط وتقصر ، ولكلٍ دلالته ، كما

تتخلل تلك الخطوط أقواس لها دلالات معينة أخرى[٢]. لقد قرأ پيانو ذلك المصطلح ، ويبدو أنه اكتشف صعوبته ، ولما كان قد لمس اشتراك فريجه معه في الاتجاه الرياضي والمنطقي ، فقد ابتكر مصطلحه الرمزي الفذ ، الأكثر سهولة ووضوحاً ، وآية عظمة هذا المصطلح أنه إذا زوّد به قارىء فريجه ، غدت نظريات الثاني أسلس فهماً . نلاحظ أيضاً أن رسل حين عرف پيانو عام ١٩٠٠ وفريجه عام ١٩٠١ وقارن المصطلحين الرمزيين فضل مصطلح پيانو ، واستخدمه أصحاب البرنكپيا فيما بعد ؛ وسوف نشرح مصطلح فريجه الرمزي برموز پيانو فيما يلي :

ب - يجد قارىء كتاب كتابة التصورات لفريجه ستة أنواع من الرموز نشير اليها فيما يلي : (١) رموز للقضايا ، يدل كل رمز على القضية ككل دون تمييز بين حدودها ؛ والرموز هي p ، q ، r الخ ؛ سنعطي في العربية الرموز ق ، ل ، م على التوالي . (٢) رمز إلى محتوى content القضية ، ورمز آخر إلى تقريرها assertion . (٣) رموز للدالات وهي F ، G ، H ؛ سنعطي في العربية الرموز د ، ذ ، ر على التوالي. رموز الحجج هي x ، y ، z ،وسنعطي في العربية الرموز هـ ،و ، ى على التوالي . إذا أردنا الرمز إلى دالة وحجتها كتبنا « د (هـ) » F (x) ، ونقرؤها : هـ له الخاصة د ، أو أن د نحمله على هـ وإذا ارتبطت حجتان بدالة واحدة كتبنا « د (هـ ، و) » F (x ، y) ونقرؤها : هـ ، و لهما الخاصة د . (٤) رمز السور الكلي أو ما كان يسميه فريجه رمز (العمومية) generality هو « (هـ) » ، ومن ثم فان صيغة القضية الكلية الموجبة هي « (هـ) د (هـ) » (x) F (x) ، ونقرؤها : « بالنسبة إلى كل هـ فان هـ له الخاصة د » . لم يعط فريجه رمزاً للسور الوجودي ، لكنه عبر عنه باضافة رمز السلب مرتين إلى رمز العمومية : أي أنه حين يكون

---

(٢) انظر : Translations, Begriff, pp. 1 - 20. ، انظر ايضاً :
Kneale, The Development of Logic, pp. 480 - 507.

لدينا قضية كلية موجبة ، ونسلبها فاننا نعني « يوجد شيء لا تصدق عليه الدالة المذكورة » ، فاذا سلبنا هـــذه القضية الجزئية السالبة ، فاننا نعني « يوجد شيء تصدق عليه الدالة » . لقـــد رمز پيانو الى السور الوجودي بالرمز « (Ǝ x) » ، وسوف بحيله إلى العربية بالرمز « (حـ ﻫ) » ،ومن ثم فالصيغة « (حـ ﻫ) (ء ﻫ) » (F x) (Ǝ x) ونقرؤها : « يوجد شيء واحد على الأقل ﻫ مما تكون له الخاصة ء » .

(٥) عرف فريجه القضايا المركبة ومن ثم عرف الثوابت المنطقيـة وعلى الأخص : السلب ، الربط ، الفصل ، التضمن ، المساواة equality (أو ما سماه پيانو وأصحاب البرنكيپيا التكافؤ equivalece ، ووضع فريجه لكل ثابت رمزاً .

(٦) ميز فريجه بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر ، ووضع لكل منهما رمزاً (٣) .

٥٩ - النسق الاستنباطي :

ﺃ - يعتبر فريجه أول من وضع المنطق في نسق استنبـــاطي على نحو لم يتوفر للسابقين . نعم سبق الرواقيون الى محاولة أولية لوضع منطق القضايا والمركبة في نسق ، وسبقه بول الى وضع نظرية الاصنـاف في نسق ، لكن كانت أصول هذا النسـق جبرية رياضـية لا منطقية خالصة ، وحاول پيرس وشرويدر وضع نظرية العلاقات في نسق استنباطي على نموذج جبر الأصناف.

---

(٣) انظر : Translations, A Critical El· eidation of Some Points In E. Schroeder's Vorlesungen uber Die Algebra Der Logik. p. 94.
نشر هذا البحث عام ١٨٩٥ يوحي النص هنا بأن فريجه وصـــل إلى التمييز المشار اليه مستقلاً عن بيانو ، ومن ثم يعبر عن التمييز بمصطلحه المعقد ، ثم يردفه بالمصطلح المقابل له عنـد بيانو ، الذي قد يكون رآه أبسط من مصطلحه . وقـد يكون فريجه أخذ التمييز عـن بيانو ووضعه في مصطلحه الرمزي الخاص به مضيفاً اليه المصطلح البيانوي المقابل .

لكن فريجه كان أول من وضع أصول نظرية حساب القضايا بكل عناصرها المتكاملة ، ورأى أنها نظرية أساسية يمكن أن تقوم عليها نظرية الأصناف ونظرية العلاقات ونظرية دالات القضايا ، ووضع مبادىء النظرية الأخيرة بكل عناصرها المتكاملة أيضاً ، أضف إلى ذلك الى فريجه هو أول من وضع تلك النظريات جميعاً في نسق منطقي استنباطي يقوم على تصورات منطقية بحته متخلصاً من أي رموز غير منطقية . يبدأ المنطق عند فريجه كنسق استنباطي من أفكار أولية ، فتعريفات ، فمصادرات أو مبادىء ، تستنبط منها نظريات ، مستعيناً بقواعد الاستدلال .

ب – الأفكار الأولية : يقدم فريجه فكرتين أوليتين نقبلها بلا تعريف، نستخدمها في تعريف أفكار أخرى ضرورية للنسق ، فإذا أردنا البدء في إقامة نسق منطقي استنباطي بقائمة من تعريفات ،لا بد أن نقدم أولاً أفكاراً لا معرفة ، وإلا يكون التعريف مستحيلا ، وتلك نقطة قديمة قدم أرسطو . لم ينظر فريجه إلى أفكاره الأولية على أنها فطرية أو قبلية وإنما نظر إليها فقط على أنها أكثر وضوحاً وبساطة من غيرها ، ومن ثم لها السبق المنطقي على غيرها من الأفكار ؛ فكرتاه الأوليتان هما السلب negation والتضمن implication [٤] ، وبالرغم من أنها لا معرفتان– في نسقه – فإنه يشرحها. «القضية م سالبه» تعنى أن«من الكذب أن نقول م » A is not the case[٥]. يشرح فريجه فكرة التضمن بأن يضع الاحتمالات الأربعة لصدق أو كذب المقدم والتالي في القضية الشرطية المتصلة ويضعها في الصيغة التالية :

« م موجبة ، ب موجبة . م موجبة ، ب سالبة .

---

(٤) أنظر : Kneale, op. cit., p. 526. ؛ ايضاً :
A. N. Prior, Formal Logic, p. 13.

(٥) Translations, Begriff, p. 7.

ﭐ سالبة ، ب موجبة . ﭐ سالبة ، ب سالبة » .

ويشرح هـــذه الصيغة بقوله ان القضية الشرطية المتصلة تصدق إذا صدق ألمقدم والتالي ، أو كذب المقدم وصدق التالي ، أو كذب المقدم والتالي لكنها تكذب إذا صدق المقدم و كذب التالي؛ نقرر علاقة التضمن بين قضيتين إذا صدقت القضية الشرطية في الحالات الثلاثة السابق ذكرها ، وننكر تلك العلاقه في الحالة الثانية ، ومن ثم فالاحتمال الثاني مرفوض، والاحتمالات الثلاثة الباقية مقبولة (٦) .

حـ – التعريفات : يقدم فريجه تعريفاً لثوابت الفصل disjunction (وتدل عليها كلمة « أو »، أو كلمات « اما ... او ») والربط conjunction (وتدل عليها واو العطف) ، والمساواة ؛ عرفنا من مثل – عند الرواقيين وچيڤونز وپيرس – أن وظيفة الثوابت أن تربط بـــين قضيتين ، لينشأ عنهما قضية واحدة مركبة compound proposition ، والهدف من دراسة هذه القضايا وضع القواعد التي نستطيع بواسطتها أن نحكم عليها بالصدق أو بالكذب ، وتعريف تلك الثوابت هو ذاته إقرار تلك القواعد . نوضح ذلك فيما يلي : عرف فريجه أن للفصل معنيين : أن القضيه التي تحوي الـــكلمة الدالة على الفصل تصدق إذا صدق أحد عنصريها لكن لا تصدق إذا صدق كلاالعنصرين معاً ، وان هذه القضية تصدق إذا صدق أحد عنصريها أو كلاهما معاً ، لكن فريجه أخذ الفصل بالتعريف الثاني – متفقا مع چيڤونز ومخالفاً لبول (٧) . رأى فريجه أيضاً أن القضية المركبة التي تحوى اداة الربط تصدق إذا صدق عنصراها معاً وتكذب إذا كذب أحد عنصريها على الأقل ، وعرّف فكرتي

(٦) Ibid., pp. 5 - 7 ، سبق لفيلون الميغاري أن وضع هـــذا التعريف للتضمن : أنظر الفقرة ١٣ .

(٧) قارن الفقرات ٢٨ و ٣٥ .

الفصل والربط عن طريق فكرتي السلب والتضمن [٨] . رأى ثالثاً أن القضية المركبة التي تنطوي على مساواة أو تكافؤ بين عنصريها أنها ما يمكن تبادل مواضع العنصرين دائماً دون اخلال بالصدق [٩] . ووضع فريجه رمزاً معيناً لكل من الثوابت السابقة ، اللامعرفة والمعرفة ، وكان هذا البحث في القضايا المركبة بداية عمله لأقامة مبادىء نظرية حساب القضايا .

د – المبادىء : لم يضع فريجه مجموعة واحدة من المبادىء ، وانما مجموعات عدة في سياقات مختلفة ، نقتصر هنا على ذكر إحداهـــا ، وسوف نستخدم المصطلح الرمزي لبيانو في التعبير عن مجموعة مبادىء فريجه ، وتتألف هذه المجموعة من سبع مبادىء :

(١) ق ⊃ (ل ⊃ ق) $p \supset (q \supset p)$ ، ونقرؤها :

القضية ق تتضمن القضية المركبة « ل تتضمن ق » ، أو : إذا كانت ق صادقة لزم أنه إذا صدقت ل تصدق ق .

(٢) [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)] :

$$[p \supset (q \supset r)] \supset [(p \supset q) \supset (p \supset r)]$$

(٣) [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [ل ⊃ (ق ⊃ م)] :

$$[p \supset (q \supset r)] \supset [q \supset (p \supset r)]$$

(٤) (ق ⊃ ل) ⊃ (– ل ⊃ – ق) :

$$(p \supset q) \supset (-q \supset -p)$$

(٥) – – ق ⊃ ق :

$$--p \supset p$$

---

(٨) Translations, Begriff , p. 10.

(٩) Ibid., pp. 10 - 12.

(٦) ق ⊃ — — ق :

$p \supset --p$

(٧) (ه) د (ه) ⊃ د (و) :

$(X)\,F(x) \supset F(y)$.[١٠]

يستخدم فريجه تلك المبادىء مقدمات اولى للبرهان على نظريات منطقية، أو لاشتقاق قضايا جديدة منها ؛ ولكي يتم استنباط نظريات أو قضاياجديدة من تلك المقدمات الأولية ، يلزم الاستعانة بقاعدتين للاستدلال همـــا قاعدة التعويض ruleof substitution وقاعدة (إثبات التالي) rule of detachment أو ما سماها التقليديون modus ponens . ولقد جذب نسق فريجه المنطقي عدداً من المعجبين مثل لوكاشيفتش الذي رأى عام ١٩٢٠ أن القائمة السابقة للمبادىء يمكن ردها إلى ثلاثة ، فيكون النسق أكثر بساطة وأناقة [١١] ، لكن كان قد ظهر نسق أصحاب البرنكبيا الذي جذب اليه عدداً أكبر من المعجبين .

---

(١٠) أنظر : Kneale, op. cit., pp. 524. ff.

(١١) تجد تفصيل تطور نسق فريجه في الكتاب السابق ص ٥٢٥ – ٦ .

الفصل الثاني عشر

منطق فريجه (٣)

نظرية المعنى والاشارة

٦٠ – إسم العلم :

أ – لفريجه نظرية منطقية يتخذها أساساً لموقفه اللوچستيقي في رد التصورات الاساسية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية بحته ؛ وسوف نهتم هنا بالعناصر الاساسية لتلك النظرية ، متجاهلين تطبيقاتها الرياضية حيث تخرج عن موضوع هذا الكتاب – نعني « نظرية المعنى والاشارة » senseand reference [١] ، وهي نظرية لا ترتبط بالمنطق كنسق رمزي

---

(١) يبدو أن لا إعتراض على ترجمتنا الكلمة الالمانية sinn بكلمة « معنى» ، حيث تلتق ومعنى الكلمة بالالمانية ، كما أن الدارسين لفريجه من الإنجليز يترجمون هذه الكلمة الالمانية بكلمة «sense» . لكن ترجمتنا لكلمة bedeutung بكلمة « إشارة » محتاجة لإيضاح ، إن كلمة « معنى » هي الترجمة الحرفية لهذه الكلمة الالمانية الأخيرة ، كما يترجمها الإنجليز بكلمة meaning ، ذلك لأنها مشتقة من الفعل bedeuten ومعناه « يعني » to mean ، ومن ثم فالكلمتان sinn و bedeutung مترادفتان في الالمانية . وما دام فريجه يقابل بينهما فإنه يستخدم الكلمة الثانية بمعنى خاص ، ويبدو أنه أعطى هذه الكلمة معنى مشتقاً من معنى الفعل deuten ويعني « يشير إلى » point to . أنظر :

Translations, pp. ix - x. وأيضاً :

Kneale, The Development of Logic, p. 495.

استنباطي وانما تكشف عن مواقف جديدة في النظر إلى الاسماء والجمل الاسمية والوصفية والقضايا . نقتصر هنا على موقفين من هذه النظرية : التمييز بين معنى الاسم واشارته ، وبين معنى القضية واشارتها .

ب — يستخدم فريجه اسم العلم بمعان أربعة على الاقل : (١) اسم العلم المألوف ، وهو ما يشير إلى شخص معين أو مكان معلوم ... الخ ، ويطلق على هذه المسميات (أشياء) أو (موضوعات) objects ، وهي موضوع إدراك حسي في الواقع . (٢) إسم العلم الخرافي ويشير إلى شيء غير واقعي ولا سبيل لنا إلى إدراكه إدراكاً حسياً مثـــل (رع) ، (أوزيريس) ، (زيوس) ، (أوذيوس) ... الخ . (٣) جمل إسمية أو وصفية تشير إلى شيء واحد محدد ، ويسميها فريجـــه (أسماء أعلام مركبة) compound proper names (٢) — وهي ماسوف يسميها رسل من بعـــد (الأوصاف المحددة) . (٤) أسماء تشير الى أشياء يدافع فريجه عن وجودهـــا الواقعي الموضوعي رغم أنها ليست موجودات حسية مثـــل الاعداد وقيم الصدق والأمكنة والفترات الزمنية . نوضح في هذه الفقرة موقف فريجه من التمييز بين معنى اسم العلم المألوف والخرافي وأشارتها .

حـ — رأى فريجه أن لأسم العلم المألوف معنى وأشارة . لا صعوبة في في القول بان لأسم العلم المألوف اشارة ، إذ وضح فريجه من قبل أن الوظيفة الأساسية لأسم العلم أن يسمي" شيئاً محـــدداً ، يشير الاسم « ارسطو » إلى الفيلسوف الاغريقي الذي سمي" بذلك الاسم ، يشير الاسم « القاهرة » إلى عاصمة مصر ، وهكذا ، لكن فريجه اراد أن يميز اشارة اسم العلم المألوف من معناه : « تلميذ افلاطون » ، « معلم الاسكندر » عبارتان تشيران إلى شخص واحد وهو ارسطو — لكن معناهما مختلف ، نفهم من العبارة الأولى

---

(٢) Translations, Sense and Reference, p. 70.

ذلك الشخص الذي كان طالباً لامعاً في أكاديمية افلاطون وشهد له استاذه بسعة الاطلاع ورجاحة العقل ووجاهة انتقاداته ... الخ ، وفهم من العبارة الثانية ذلك الذي اختاره فيليب المقدوني مربياً لابنه والذي لقنَ الأبن دروساً في علمي الأخلاق والسياسة ، وهما عبارتان مختلفتان في المعنى . ومن ثم فالقضيتان « ارسطو ولد في ستاجيرا » و « معلم الاسكندر ولد في ستاجيرا » مختلفتان في المعنى ، رغم هوية الاشارة [٣] . يمكن توضيح تمييز فريجه بامثلة أخرى : التعبيران ٢ ^٢^ و ٢+٢ يشيران إلى عدد واحد وهو العدد ٤ ، لكن معناهما مختلف ، لأن الأول ينطوي على فكرة التربيع بينما ينطوي الثاني على فكرة الأضافة ، وهما فكرتان مختلفتان ، التعبيران ٢ ^٤^ و ٤ ^٢^ يشيران إلى عدد واحد ، لكن بينما يدل الأول عن العدد ٢ وأسّه الرابع ، يدل الثاني عن العدد ٤ ومربعه ، والدلالتان متميزتان . لاحظ فريجة أن القضية التي تحوي « أرسطو » تكافيء القضية التي تحوي « معلم الاسكندر » مثلاً ، أو أيّ عبارة لها نفس الاشارة – هما متكافئتان لأن لهما نفس الاشارة ، ويمكن تجاهل اختلافهما في المعنى : وبالرغم من ذلك رأى فريجه انه ينبغي الانستخدم هذا التكافؤ في « لغة كاملة » أي في لغة منطقية بها إحكام [٤] . لقد قدم فريجه هذا التحذير دون توضيح لكنا سوف نعرف فيما بعد أن رسل قدم اختلافاً منطقياً اساسياً بين اسم العلم والعبارة التي تصف مسمي هذا الأسم في نظريته الوصفية .

د – ننتقل الآن إلى موقف فريجه من اسم العلم الخرافي ومعناه واشارته . رأى ان ليس لهذا الاسم اشارة لكن لا يزال له معنى ، ليست له إشارة لأنه لا يشير إلى شيء واقعي محسوس ، لكن له معنى إذا دخل في قضية . خذ

---

(٣) Ibid., pp. 57 - 62.

(٤) Ibid. p. 58 n.

القضيـــة : « أوديسوس قُذف بـــه إلى شاطيء إتاكا وهـــو نائم »
« Odysseus was set ashore at Ithaca. while sound asleep » اوديسوس »
وحدها لا تشير ، لكن لها معنى – هو ذلك البطل الذي قـــام بالبطولات الحربية في الاساطير الأغريقية (٥) . وبالرغم من أن لاسم العلم الخرافي معنى إذا دخل في قضية ، ينبغي ألا نستخدمه في لغة منطقية ، وفي ذلك يقول فريجه في سياق آخر : « ... ليس لأسماء الأعلام التي لا تشير إلى اشياءمبرر منطقي ما دمنا نهتم في المنطق بالصدق بادق معانيه ، يمكن استخدام هذه الأسماء فقط في القصص والاساطير »(٦) .

٦١ – القضية :

أ – رأى فريجه وهو يميز بين المعنى والإشارة في القضايا أن لكل قضية معنى ، لكن بعض القضايا تشير إلى أشياء ، بينما بعضها الآخر لا يشير (٧). نبدأ بعرض موقف فريجه من معنى القضية . سبق له أن ميز في القضية بين عنصرين : المحتوى content ، والتقرير assertion وهو تقرير صدقـــه أو كذبه معنى القضية مرتبط عند فريجه بالمحتوى لا بالتقرير ، والمقصود بالمعنى هنا شيء موضوعى لا ذاتي ، وشيء نكتشفه ولا نخلقه ، ومن ثم يعقد مقارنه بين معنى القضية والأفكار الذاتية التي ينقلها المحتوى الى قاريء أو سامع ، كما يعقد مقارنة أخرى بين معنى القضية والشيءالمادي موضوع الإدراكالحسي. إن معنى القضية ليس فكرة idea ، ليست الفكره سوى انطباع حسي وما يصاحبه من ذكريات وتخيلاتوصور حسيه وما يختلط به من وجدانورغبات

(٥) Ibid., p. 62.

(٦) Translations, A Critical Elucidation of Some points in Schroeder's Vorlesungen Uber Die Algebra Der Logik, p. 104.

(٧) يستبعد فريجه بلا شك القضية الوجودية التي موضوعها إسم علم من قائمة القضايا التي لها معنى .

وميول ، مما تؤلف مدركاً حسياً عن العالم الخارجي ، وتتصف الفكرة على هذا النحو بالذاتية . قد يقول قائل إنه بالرغم من ذاتية الفكرة فقد يكون بعدّة الأفكار المختلفة عنصر مشترك يؤلف المعنى الثابت لها ، لكن فريجه يعترض قائلاً ان من المستحيل ان تقارن فكرتك عن شيء ما بفكرة شخص آخر عن نفس الشيء : لكي تقارنها يلزم ان يرتبطا في وعي واحد أو عقل واحد ، لكن لا أحد لديه فكرتي كما اني لا املك ادراك فكرتك قبل ان تنقلها أنت إليّ ، أنت لا تحس آلامي كما أني لا أحس الألم الذي تعانيه ، ولذلك فليس المعنى فكرة ذاتية ، وإنما هو ذلك الشيء الموضوعي الذي يكون عاماً مشتركا بين كل الناس وما يمكن نقله من لغة لأخرى وبأساليب مختلفة (٨).

ب – يعقد فريجه مقارنة أخرى بين معنى القضية والشيء المادي ، يتشابهان في أنهما ليسا من خلق إنسان وإنما كلاهما موضوع اكتشاف : ان محتوى قضية تاريخية أو جغرافيه مستقل عن وجود المؤرخ أو الجغرافي وسابق على معرفتهما لها . يختلف المعنى عن الشيء المادي في أنه لا يمكننا إدراك الأول ادراكاً حسياً ، بينما يمكننا أدراك الثاني كذلك ، يقصد فريجه أن للمعنى واقعاً موضوعيا مستقلاً عنا ، وإن لم يكن واقعاً حسيا ، إن المعاني تؤلف عالماً ثالثاً غير عالم الأفكار الذاتية وعالم الأشياء المادية – تؤلف المعاني عالما ثالثا يحوى الاعداد وقيمة الصدق وموضوعات أخرى (٩) . ذلك ينقلنا الى إشارة القضية .

حـ – القضية التي تشير ، تشير إلى شيء ، وما تشير اليه انما هو قيمة

---

(٨) Translations, Sense and Reference, pp. 59 - 62 n.

(٩) أنظر : G. Frege, The Thought : A Logical Inquiry, trans. into English by A. M. and Marcelle Quinton, first appeared in Mind, Vol. 65, 1956; reprinted in Philosophical ogic, ed. by Strawson, Oxford, 1967, pp. 19 - 29.

صدق [١٠] . تتعلق قيمة الصدق بالقضايا ؛ أي حين نحكم على قضية مابالصدق نقول ان قيمة صدقها الصدق ، وحين نحكم عليها بالكذب نقول ان قيمـــة صدقها الكذب إن مجرد المعنى في القضية لا يعطينا علماً ، لكن المعنى مع الاشارة يعطيه [١١] . ما المقصود بالقول ان القضية تشير إلى قيمة صدق ؟ لقد ربط فريجه القضية بقيمة الصدق من ناحيتين : الاولى ان القضية دالة مكتملة وان قيمة الدالة قيمة صدق ؛ الثانية أن في القضية عنصرين : محتوى وتقريره ، وان المحتوى هو ما يحتمل الصدق والكذب ومن ثم حين نقول ان القضية تشير الى قيمة صدق نعني ان محتواها ينبغي أن يكون صادقاً أو كاذباً. تتألف قيمة صدق القضية من قيمة صدق كل جزء من اجزائها ، أو أن اشارة القضية تتألف من اشارة كل حدّ من حدودها ، وللحدود اشارات أو قيم صدق ان اشارت إلى أشياء واقعية . لم يفهم فريجه من قيمة الصدق المعنى السابق فقط ، وانما أصرّ أيضاً على أن (الصدق) و (الكذب) شيئان موضوعيان مستقلان عن عالم الانسان والأشياء المادية ، ويقومان في العـــالم الثالث – عالم المعاني . ومن ثم تنبثق فكرة جديدة لفريجه هي انه ما دامت القضية – صادقة أو كاذبة – تشير إلى شيء واقعي ، يجب أن تنظر اليها على انها اسم علم [١٢] . أما القضايا التي ليست صادقة ولا كاذبة – وهي مـا يحوى اسم العلم الخرافي والقضيه الوجودية التي موضوعها اسم علم – فيجب العزوف عن استخدامها في لغة منطقية كاملة .

٦٢ – اسم العلم المركب

أ – وصل فريجه إلى أن ما سبق له قوله عن معنى القضية واشارتهـــا

---

(١٠) Translations, Sense and Reference p. 63.

(١١) Ibid., p. 65.

(١٢) Ibid., p. 63.

لا يصدق على كل القضايا ، فهنالك قضايا مركبة ليس لعناصرها معانٍ ولا تشير إلى قيمة صدق : نعني القضية المركبة التي تحوى ما يسميه فريجه «اسم علم مركب » compoumd Proper name ومن الصور اللفظية التي تتخذها اسماء الاعلام المركبة العبارات الاسمية noun clauses والعبارات الوصفية adjectival clauses [١٣] خذ المثال الذي ضربه فريجه « من اكتشف المدار البيضاوي للكواكب مات تعساً » . تتركب هذه القضية من جملتين : جملة رئيسية main clause وجملة تابعة subordinate clause، والجملة التابعة هنا « من اكتشف المدار البيضاوي للكواكب » وهي جملة اسمية ارتبطت بالجملة الرئيسية . رأى فريجه ان هذه الجملة التابعة إذا أخذت بمفردها فان معناها ناقص ، ذلك لأن « من » whoever لا معنى لها في ذاتها ، لكن وظيفتها ربط مقدم القضية المركبة بتاليها،ولو كان لهذه الجملة التابعه معنى تام لأمكننا أن نعبر عن معناها بجملة مستقلة أخرى ، ولكن الأمر ليس كذلك ؛ يصبح لهذه الجملة معني إذا أرتبطت بالجملة الرئيسية. ومن جهة أخرى ، إذا ارتبطت الجملة التابعة بالجملة الرئيسية أصبحت تشير إلى شيء – لا تشير إلى قيمة صدق وانما الاشارة المألوفة كما لو كانت اسم علم – أى أنها تشير إلى كپلر .

ب – ينظر فريجه إلى الجمل الأسمية من النوع السابق على أنها أسماء أعلام مركبة وأنها مكافئة لأسماء الأعلام المألوفة ، وذلك يتضمن أن استخدامنا لها يفترض ابتداء وجود شيء محدد جزئي تشير اليه ، وإلا لا يكون للقضية التي يرد فيها ذلك الاسم المركب معني . حين نذكر قضية بها اسم علم مركب لكنه لا يشير إلى شيء في الواقع فإن هـذه القضية ليست صادقة ولا كاذبة وانما لا معنى لها . لعل فريجه أراد هنا أن ننتبه إلى عبارات لغوية تبدو في ظاهرها كما لو كانت تشير إلى واقع محسوس ، مع انها ليست كذلك ، وكان في ذهنه عبارات مثل « أرادة الشعب » و « الدولة كائن عضوي » ونحو

---

(١٣) Ibid., p. 70.

ذلك - هذه وتلك لا تشيران إلى شيء محدد ، وبخاصة في سياق علمي دقيق. يمكنك استخدامها – واستخدام اسماء الأعلام الخرافية – في القصص لا في نسق صوري محكم (١٤).

٦٣ – ملاحظات :

نقدم على نظرية فريجه في التمييز بين المعني والإشارة الملاحظات الآتية :

(أ) أصاب فريجه في ثورته على موقف جون مل وأتباعه الذين نادوا بان كل معنى اسم العلم هو مسمّاه أو ما يشير اليه ، حينما ميز فريجه بين أشارة الاسم ومعناه ، لكن يبدو أن فريجه خلط بين معني الاسم ، وما يثيره في ذهن السامع أو القارىء ، من حيث أن المعنى الذي أعطاه فريجه للاسم يختلف باختلاف السياق ؛ ولعل ڤتجنشتين كان أول من عبر عن ثبات معني اسم العلم حين قال : « ... لأسم العلم معنى حتى بعد موت صاحبه ، وإلاّ لما أستطيع أن أقول أن فلانا قد مات ، ويكون لعبارتي معنى لدى سامعها (١٥).

(ب) خلط فريجه ايضاً بين اشارة « اسم العلم المركب » ومعناه ، إذ رأى انه تمكن النظر إلى العبارة الاسمية والوصفية التي تشير إلى شيء محدد كما لو كانت اسم علم وأنه يجب أن يكون له مسمىً في الواقع . والأصدق أن نقول عن تلك العبارات الاسمية والوصفية انها تدل على معنى اسم العلم أكثر مما تدل على اشارته ، وقد أحس فريجه نفسه انه يجب ألا نأخذ اسم العلم المركب على أنه مكافىء لأسم العلم المألوف في لغة منطقية . سوف يقرا رسل هذه النظرية لفريجه ليصححها ويحلّ كثيراً من المشكلات المتضمنه فيها، ومن

---

(١٤) Ibid., pp. 66, 68 - 70. ؛ أنظر أيضاً :
Anscombe and Geach, Three Philosophers, p. 137.

(١٥) L. Wittgenstein, Philosophical Investigations, translated into English by G. E. M. Anscombe, Oxford, 1958, p. I, S. 41.

ثم سوف يميز تمييزاً منطقياً حاسماً بين اسم العلم المألوف وا سم العلم المركب أو ما يسميه الوصف المحدد (١٦)

حـ - لم يوافق كثير من الفلاسفة المعاصرين على موقف فريجه في اعتبار القضية اسم علم، من حيث انها تشير إلى شيء وان هذا الشيء هو قيمة صدقها وأن هذه القيمة قائمة في عالم المعاني المستقل . إن القضية لا تشير الى شيء وإنما تدل على معنى وتقرره، ولو كانت القضايا تشير الى قيمة صدق لما كان هنالك اختلاف بين كل القضايا الصادقة ، وذلك غير مقبول ، ومن ثم فالقضايا تختلف لا بالقياس إلى قيمة صدقها وإنما بالقياس الى معانيها . نعترف أن هذا النقد لا يطيح بنقطة فريجه في أعتبار القضية اسم علم ، وإنما ما يهدد نقطته أن نبعث الشك في عالم المعاني المستقل الذي نادى به ، وذلك جهد سوف يقوم به رسل في نظريته الوصفية ، كما سنرى (١٧) .

٦٤ - خاتمـــة :

أ - يعتبر منطق فريجه نقطة تحول حاسمة من منطق صوري قديم الى منطق صوري حديث ، إذ درس فريجه المنطق التقليدي دراسة عميقـة ، ووضع يده على النقط المنطقية التقليدية التي يجب الاستمرار في الأخذ بها ، كما وضع يده على الأخطاء المنطقية التي يجب تصحيحها، لم يتح ذلك الموقف لكثير من سابقيه من المناطقة مثل بول وبيانو ، وإن أتيح لغيره من السابقين مثل جيفونز وبيرس وشرويدر فإنه قدم نظرات ومواقف منطقية أكثر منهم عمقا وأصالة وجاذبية .

ب - اتفق مع التقليديين في نقطة منطقية أساسية هي أن اسم العلم هو

---

(١٦) أنظر الفصل السادس عشر .

(١٧) قارن : B. Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, Appendix A., p. 504.

الموضوع الحقيقي للحمل في القضية ، وأنه موضوع دائماً ولن يكون محمولاً . لكن لما نظر فريجه في هذه النقطة بعين فاحصة ، قدم كثيراً من التميزات المنطقية : التمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول ، وكان من قبـل مختلطاً ؛ التمييز الحاسم بين القضية الشخصيـة — التي موضوعها اسم علم — والقضيـة الكلية التي موضوعها حد عام أو (تصور)،وأن الأولى فقط هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق ؛ التمييز الحاسم بين القضية الشخصية (أو الحملية) وقضيةالهوية وأعطى تحليلاً لهذه الصورة الأخيرة من القضايا ما لم يتوفر للمناطقة من قبل ، رد القضية الكلية الى شرطية متصلة؛ لكن نلاحظ أن لپيرس فضل السبق في هذا الرد ، وان كان فريجه وصل إليه مستقلاً ، وقد عرف پيانو هذه النقطة أيضاً مستقلاً عنهما.ومن ثم عرف فريجه صوراً منطقية من القضية غيرالحملية، وهي القضية الكلية وقضية الهوية .

حـ — حين عثر فريجه على الصور المنطقية للقضايا التي لا يمكن ردها الى حمليات ، لم يقصد ان يسدّ فجوة المنطق التقليـدي الذي أصر على أن كل القضايا التي ليست حملية يمكن ردها الى حمليات، وإنما قصد الثورة علىالتمييز بين الموضوع والمحمول ، وإمكان الاستغناء عنه تماماً ، وذلك بتطبيق الدالة الرياضية في المنطق ومن ثم قدم كتابة جديدة للقضايا — حملية وغير حملية — وهي لغة الدالة والحجة، وحين نستعيض عن لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة والحجة فقد بطل التمييز بين الموضوع والمحمول .

د — درس القضايا المركبةوالثوابت دراسة اعمق مما وصل إليه الرواقيون وپيرس وپيانو فاكتشف أفكاراً جديدة مثل قيمة الصدقودالة الصدقوقواعد استنباط قضايا من أخرى ، ومن ثم وضع أسس نظرية حساب القضايا التي اتخذها أصحاب البرنكپيا نواة لتطوير النظرية كما نراها اليوم .

هـ — يعتبر فريجه أول من صاغ القضايا الوجودية صياغة صحيحة ووضح معناها وهي صورة من القضية متميزة من الصور السابق ذكرها ، ساقه ذلك

الى دراسة عميقة للسور الكلي والسور الجزئي وتحديد معناهما الدقيق ، ومن ثم تعتبر هذه النقط -بالإضافة إلى صياغة القضية بلغة الدالة والحجة- مبادىء نظرية حساب دلات القضايا ، وفريجه هو مؤسسها .

و - لم يكتف فريجه بصياغة مبادىء هاتين النظريتين وإنما طور نظريتي الأصناف والعلاقات وخلصها من الأخطاء التي وقع فيها أصحاب جبر المنطق، كما خلصها من اللغة الجبرية التي استبدت بها . ولا ينسى المناطقة فضل فريجه في صياغته لهذه النظريات جميعا في مصطلح رمزي دقيق وفي نسق استنباطي محكم ، بادىء بوضع قائمة اللامعرفات والتعريفات المنطقية والمصادرات ، والنظريات المنطقية المستنبطة منها، مما كانت معيناً هاماً لاصحاب البرنكيبيا لكي يطوراه فيما بعد .

ز - كان فريجه أحد رواد الاتجاه اللوجستيقي في الرياضيات ، كما شارك مشاركة فعالة في تعريف الاعداد ، واتجه موقفاً افلاطونياً في طبيعة العدد وطبيعة الصدق والكذب ، رأى أنها كائنات واقعية لها موضوعيتها المستقلة عن عالم الانسان وأفكاره وعن عالم التجربة وأشيائها . لقد وضع فريجه دعماً منطقياً لتلك الواقعية فعاود البحث في أسماء الأعلام - وهي تلك الصور اللفظية التي تشير الى موجودات . إنبثق ذلك الدعم المنطقي عن نظرية أصيلة في المعنى : ميز بين معنى الاسم وإشارته ، ثم رأى أن العبارة التي تصف أسماً ما مكافئة من الناحية المنطقية لذلك الاسم . رأى فريجه ايضاً أن القضية تشير وتشير الى قيمة صدق ، وإن هذه القيمة قائمة في عالم ثالث هو عالم المعاني (غير عالمي الانسان والأشياء المادية) . ولقد كانت هذه النظرية مثيرة لبحث المعاصرين فقد أخذ بها قوم ، منهم مينونج الذي دعمها دعماً جديداً ، بينما عارضها آخرون ومنهم رسل الذي طور انتقاداته عليها فيما سماه « النظرية الوصفية » .

الباب الرابع

ظهر المنطق الرمزي

الفصل الثالث عشر

منطق رسل ووايتهد (١)

القضايا وأنواعها

٦٥ – مقدمة :

أ – يمثل كتاب پرنكبيا ماتيماتيكا Principia Mathematica [١]– الذي ألفه برتراندرسل B. Russell (١٨٧٢ – ١٩٧٠) وألفرد وايتهد A. whitehead (١٨٦١ – ١٩٤٧) الحلقة التالية لحلقة فريجه - پيانو في تطور المنطق الرمزي . لهذا الكتاب موضوعان رئيسيان : تطوير الاتجاه اللوچستيقي ، وتطوير المنطق الرمزي أكثر مما ذهب اليه فريجه وپيانو . سنربط هذه الحلقة الرابعة برسل أكثر مما نربطها بوايتهد لسببين : (١) كتب رسل الجانب المنطقي من الكتاب ، بينما كتب وايتهد جانبه الرياضي ، ونحن نهتم هنا بالجانب الأول دون الثاني ؛ (٢) خصص رسل للمنطق الرمزي كتباً

(١) يقع الكتاب في ثلاثة أجزاء صدرت طبعته الأولى في الأعوام ١٩١٠ – ١٩١٣ ؛ وطبعته الثانية عام ١٩٢٧ ، ولما نُشرت بين الطبعتين كتب ومقالات تتناوله بالتعديل أو الهجوم ، جاءت الطبعة الثانية للكتاب تحوي مقدمة جديدة نشرت إلى جانب مقدمة الطبعة الأولى ، دوّن فيها أصحاب البرنكبيا رجوعاً عن بعض المواقف وتعديل بعضها الآخر وتوضيح بعض ما كان قبل غامضاً . ولقد نشر الجزء الأول – وهو الخاص بالمنطق – في طبعة حديثة ، نشرته « دار كمبردج للنشر » Cambrige University Press عام ١٩٦٢ ، وهي الطبعة التي نستعين بها .

أكثر عدداً مما فعل وايتهد ، إذ بينما ظل رسل يكتب في المنطق من عام ١٩٠٣ حتى عام ١٩٥٩ ، لم يكن لوايتهد كتب منطقية بحتة غير برنكبيا ، وفقرات عارضة في كتبه الأخرى الفلسفية أو العلمية مرجعنا عن هذه الحلقة من التطور كتب رسل ومقالاته المنطقية كلها بالاضافة إلى برنكبيا ، لكن حين نشير إلى نظرية منطقية في هذا الكتاب ، سوف نسندها إلى « أصحاب البرنكبيا » لا إلى رسل وحده ، ذلك لأن رسل كان يراجع كل ما كتبه وايتهد عن الجانب الرياضي ، كما كان وايتهد يراجع كل ما كتبه رسل عن الجانب المنطقي ، بحيث خرج الكتاب كله باتفاق تام وتعاون كامل. ولكي نفهم نظريات رسل المنطقية وتطورها ، تحسن الاشارة إلى مدى تأثره بالمناطقة والرياضيين السابقين عليه والمعاصرين له .

ى – نشر رسل **مبادىء الرياضيات** Principles of Mathematies [٢] أول كتبه الهامة في فلسفة الرياضيات والمنطق الرمزي – عام ١٩٠٣، لكنه كان قد انتهى من تأليفه يوم ٣١ ديسمبر ١٩٠٠ . كان رسل قد أحاط قبل ذلك بمنطق ليبنتز وبول وپيرس وشرويدر وكانتور وبرادلي كما كان قد قرأ كتاب **الجبر الكلي** universal Algebra (١٨٩٨) لوايتهد . لقد سافر رسل إلى باريس لحضور المؤتمر الدولي للفلسفة International congress of PhilosoPhy في يوليو ١٩٠٠ هو ووايتهد ، وكانت فلسفة الرياضيات موضوع المؤتمر. التقى رسل هناك ببيانو لأول مرة كما رأى كوتيرا وشرريدر وآخرين ، وقدأعجب رسل ببيانو وتلاميذه في روعة مناقشاتهم للموضوعات الرياضية والمنطقية وبراعة توجيههم للمؤتمر ، فطلب من بيانو نسخة من كتبه ، فأعطاه . عاد رسل إلى لندن وعكف على تلك الكتب ، فأخذ بأصالة مؤلفها واستفاد من مواقفه في فلسفه الرياضيات ونظرياته المنطقية ومصطلحه الرمزي ، ومن ثم استعان

(٢) ترجمنا عنوان هذا الكتاب بالعربية ، وآثرنا تعريب عنوان الكتاب الثاني (برنكبيا) تمييزاً له من الكتاب الأول إذ سوف تصبح الترجمة العربية لكليهما واحدة ، وفي ذلك نتبع الأستاذ الدكتور زكي نجيب محمود .

رسل بما أفاده منه في كتابه **مبادىء الرياضيات** - قدر إمكانه — إذ كان قد أشرف هذا الكتاب على النهاية ، ولم ينس رسل أن يضيف في كتابه فقرة طويلة يلخص فيها منطق پيانو ويوضح مواطن اختلافه عنه . ولقد لاحظ رسل أن پيانو عني بنظريات حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف ، لكنه لم يُعط عناية كافية لمنطق العلاقات ، فكتب رسل مقالاً بالفرنسية عنوانه « منطق العلاقات مع بعض تطبيقات على نظرية الجاميع » The Logic of Relations, with some Applications to the Theory of Series نشره عام ۱۹۰۱ في مجلة پيانو Rivista di Mathematica (٣). أعجب وايتهد بالمنهج الذي أتبعه رسل في المقال ، فكانت بداية تفكير استاذهوايتهد لينضم اليه تلميذه لتأليف كتاب **برنكبيا** ، وكانت نقطة بداية عملهما المشترك تعريف« المجموعة العددية » series ،والأعداد الأصلية cardinal nnmbers ، والأعداد العادّة ordinal n. تعريفاً منطقياً بحتا .

حـ - سمع رسل عن فريجه لأول مرة عام ۱۹۰۱ ، وقال أن پيانو هو الذي ارشده اليه ، فسارع إلى قراءة أعماله ، وأحس رسل أن فريجه سبقه إلى تعريفه المنطقي للأعداد الأصلية بست عشرة سنة ، دون أن يعلم، وأحس أيضاً أن فريجه سبقه إلى تطبيق فكرة الدالة الرياضية في المنطق ، بل علم أن لفريجه نظريات منطقية جديدة لها قيمتها وغريبة عليه ، وأدرك أنه لو كان عرف فريجه من قبل لكان استفاد من نظرياته وهو يؤلف **مبادىء الرياضيات** ؛ أما وأن هذا الكتاب قد تم تأليفه ، فلم يملك رسل إلا أن

---

(٣) لقد قام مارش R. C. Marsh بالإشر ف على نشر بعض محاضرات وأبحاث رسل الهامة التي نشرت من قبل في مجلات فلسفية وأصبح العثور عليها صعباً ، ووضعها في كتاب جعل عنوانه : B. Russell, Logic and Knowledge, ed. by Marsh, London, 1956. ، والمقال السابق ذكره عن العلاقات مترجم إلى الإنجليزية وأحد فصول هذا الكتاب . حين نشير إلى أحد فصول هذا الكتاب فيا بعد ، سوف نذكر إسم الكتاب السابق ذكره ، يليه عنوان المحاضرة أو المقالة لرسل ، ورقم الصحيفة في ذلك الكتاب .

يكتب تذييلاً في آخر ذلك الكتاب يوجز فيه أهم نظريات فريجه المنطقية مشيراً إلى نقط الخلاف بينهما ، ويعتبر هذا التذييل أول بحث منشور يكشف عن عبقرية فريجه .

د – أحس رسل تناقضاً في نقطة معينة في مذهب فريجه اللوجستيقي ، تتعلق بتصور « الصنف الذي ليس عضواً في ذاتــه » ، فكتب إلى فريجه الذي رأى أن النقد وجيه ، وتحسّر فريجه لاكتشاف التناقض بعدمــا أتم كتابه ، وهو الجزء الثاني كتابه **القوانين الاساسية لعلم الحساب** . نشر فريجه هذا الكتاب كما هو ، وأشفعه بتذييل يقدم محاولته للتغلب على التناقض . لم يقنع رسل بمحاولة فريجه ، بل اكتشف رسل أن ليس هذا التناقض سوى واحد من عدد لا متناه من المتناقضات التي يمكن الكشف عنهــا في اصول الرياضيات (وقد سبق بيولارى فورتي Bulari - Forti رسل الى اكتشاف تناقض آخر) . عكف رسل على حل بعض تلك المتناقضات عامي ١٩٠٣ و ١٩٠٤ دون نجاح ؛ ولمعت في ذهنه حينئذ أسس نظرية جديدة سماها من بعد « النظرية الوصفيه » Theory of Descriptions ، كتب أول صياغة لها في مقال نشره في مجلة Mind عام ١٩٠٥ بعنوان « On Denoting »[٤] — وهي نظرية ساعدته على التخلص من موقف معين لفريجه ومينونج Meinong كان واقعا تحت تأثيره حين كتب **مبادىء الرياضيات** – نعني الاعتقاد بأن للاعداد والاصناف الخ وجوداً واقعياً موضوعياً مستقلاً ؛ حين تخلص رسل بفضل النظرية الوصفيه – من هذه الواقعيه ، استطاع صياغة نظرية جديدة اخرى هي « نظرية الأنماط المنطقية » Theory of Logical Types وهذه ما رأى فيها حلاً للمتناقضات الرياضية المشار إليها .

---

(٤) أعيد نشر هذا المقال في كتاب :
Readings in Philosophical Analysis, selected and edited by H. Feigl and W. Sellars, N. Y., 1949, pp. 103 - 115. ، ثم نشرت بعد ذلك في :
Russell, Logic and Knowledge, ed. by R. C. Marsh, pp. 39 - 56.

ﻫ – حين وصل رسل الى « النظرية الوصفيه » و « نظرية الانماط » ، كان مشغولاً مع وايتهد في موضوعات پرنكپيا ، ووافق زميله على هاتين النظريتين ، فاصبحتا جزءاً من هذا الكتاب . يهمنا هنا أن نقول عن الكتاب فقط أنه أقام المنطق نسقاً استنباطياً يقوم على فكرتين لا معرفتين ومصادرات خمسة . حين ذهب رسل إلى جامعة هارڤارد ليلقي مجموعة محاضرات عام ١٩١٤ ، قال له شفر H. M. Sheffer – أحد المناطقه الامريكان – أنه يمكن استبدال فكرة واحدة لا معرفة بالفكرتين في نسق پرنكپيا ، ووافق رسل على التعديل ، واقترح على شفر إعادة كتابة الكتاب الكبير في ضوء تعديله ، لكن شفر لم يفعل . رأى نيكو J. G. P. Nicod – منطقي فرنسي – إمكان رد المصادرات الخمسة في نسق پرنكپيا إلى مصادرة واحدة تقوم على تعديل شفر . نلاحظ أن رسل حين كتب عـــن المنطق الرمزي – بعد پرنكپيا – لتوضيح مواقفه وتطويرها ، ذكر التعدبلات السابقة مشيراً إلى أصحاب الفضل فيها : نجد هذه التعديلات في محاضرات « فلسفة الذرية المنطقية » PhilosoPhy of Logical Atomism (١٩١٨) وفي كتابه **مقدمة الفلسفة الرياضية** Introduction to Mathematical Philosophy (١٩١٩).

و – لا بد من كلمة هنا عن صلة رسل بڤتجنشتين Wittgenstein . التقى هذا برسل في كمبردج في يناير ١٩١٢ ، واستمر إلى صيف ١٩١٣ طالباً بهذه الجامعة ، ثم تركها قبيل الحرب العالمية الأولى ، دون أن ينال شهادة الجامعية . لقد تحدث رسل في هارفارد عام ١٩١٤ عن « اكتشافات بالغة الأهمية لم تنشر بعد لتلميذي ڤتجنشتين » ؛ وعاد هذا إلى كمبردج عام ١٩٢١ وكان قد كتب كتابه الأول **رسالة منطقية فلسفية** Tractatus Logico Philosophicus ، فساعده رسل على نشره وكتب له مقدمته . وقد كان رسل يشيد بما أفاد من تلميذه ، لكن ڤتجنشتين كان ينكر المواقف التي يسندها إليه رسل ، ويعتبرها الاول سوء فهم له . ترك ڤتجنشتين كمبردج ثم عاد إليها عام ١٩٢٩ ليتقدم

بكتابه هذا لنيل درجة الدكتوراه ، وكان مور G. E. Moore ورسل عضوي لجنة امتحانه ، ومنحاه الدرجة ، ثم ساعده رسل على تعيينه (زميلا) في كمبردج . لم تستأنف العلاقات الشخصية بينهما بعد ذلك ، اذ كان رسل قد أبعد عن كمبردج ، كما كان قد دخل في طور فلسفي جديد يخالف ما كان اتفق فيه مع فتجنشتين . سوف نذكر الافكار المنطقية التي أخذها رسل عن تلميذه فيما بعد ، وإن كان التلميذ بدأ دراسته للفلسفة والمنطق بالعكوف على پرنكيپيا ماتيماتيكا على انه كتاب أخذ عليه لبّه (٥) .

٦٦ – المنطق وموضوعه :

المنطق الرمزي عند رسل تعديل وتعميق وتطوير للمنطق التقليدي ، لا أن الأول ثائر على الثاني في كل نظرياته ، فقد أراد رسل للمنطق أن يكون أكثر صورية ورمزية مما أتى عليه أرسطو، كما أراد أن يجعله نسقاً استنباطياً وهو أمر لم يتح لأرسطو . أراد رسل أخيراً تطوير نظريات منطقية سبق لبول وفريجــــه وپيانو أن بدأوها . موضوع المنطق الرمزي « دراسة مختلف النماذج العامة للاستنباط أو الاستدلال » (٦) .

٦٧ – القضية :

أ – يعرّف رسل القضية Proposition بأنها الجملة الإخبارية التي تحتمل الصدق أو للكذب ، ومن ثم فان صيغ السؤال والتمني والأمر والنهي والنداء ليست قضايا ، والمقصود باحتمال الصدق والكذب أن القضية تقرر شيئاً أو تنكره ، أو انها تحوى حكماً نعتقد بصدقه أو كذبه « سقراط فيلسوف»

---

(٥) أنظر : The Philosophy of B Russell, ed by P. A. Schilpp, N. Y., 3rd ed., 1963, Vol I, My Mental Development, pp. 3 - 20. B.Russell, My Philosophical Development, London, 1959, pp. 65-76.

(٦) Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd. ed., 1937, p. 10 - 11.

قضية صادقة ، « سقراط مؤسس الفلسفة المادية » قضية كاذبة، لكن ما ذلك الشيء الذي تقرره القضية أو تنكره ؟ لا تقرر القضية شيئاً جزئياً ، لأن هذا مما يمكن تسميته أو الاشارة اليه ، لا تقريره ؛ تقرر القضايا وقائع Facts . اننا نعبر عن واقعة مـــا حين نقول إن شيئاً ما جزئياً له خاصة معينة ، أو أنه على علاقة معينة مع شيء آخر . ويصنف رسل الوقائع ثلاثة أنواع من التصنيف : (١) إما أن تكون الواقعة جزئية أو عامة : « هذا أبيض » تعبر عن واقعه جزئيه ، « كل انسان فان » عن واقعة عامـــه . (٢) اما ان تكون الواقعة موجبة أو سالبة : « سقراط فيلسوف » تعبر عن واقعه موجبه ، بينما « سقراط مؤسس الفلسفة المادية » لا تعبر عن واقعه ، ومن ثم نقول ان القضية كاذبة . (٣) اما ان تتعلق الوقائع بالاشياء الجزئية والصفات والعلاقات الجزئية ، أو تتعلق باشياء عامة ، ويسمى رسل هـــذا الصنف الأخير « وقائع عامة عمومية تامة » Completely general facts . نلاحظ أن التصنيف الاول والثالث متداخلان اذ كلاهما يتحدث عن وقائع عامة، لكن يبدو أن رسل أراد بالتصنيف الثالث أن يبرز «الوقائع المنطقية» القضية المركبة « إذا كان صنف ما جزءاً من صنف آخر فان أي عضو من الصنف الاول عضو من الصنف الثاني » مثال على القضية المنطقية [٧] .

ب - القضية ليست اسم علم :

بعد تعريف القضية ، يأتي تصنيفها، مما سيكون موضوع الفقرات التالية، لكننا نريد هنا الإشارة إلى موقف رسل من نقطة منطقيـــة اختلف فيها عن فريجه ، وهي قول الثاني القضية يمكن أعتبارها اسم علم وأنها تشير الى شيء واقعي غير محسوس وهو (الصادق) أو (الكاذب) ، وهما قائمان في عالم ثالث

(٧) Russell, Logic and Knowledge, The Philosophy of Logical Atomism, p. 184. ، « فلسفة الذرية المنطقية » محاضرات ثمانيـة ألقاها رسل في لندن في أواخر عام ١٩١٨ وبداية عام ١٩١٩ ، سوف نشير فيما بعد إلى هـــذه المحاضرات بالرموز P. L. A. مسبوقة باسم الكتاب المذكور آنفاً ومتبوعة برقم الصفحة في هذا الكتاب .

عالم المعاني –لا نخلقه وإنما نكتشفه،ويمكن مقارنته بعالم المثل الأفلاطوني[٨]. سبق ان اعترض على هذه النقطة في «مبادىء **الرياضيات** [٩] ، لكن رسل يقدم الآن اعتراضات أخرى ، بعد أن ربط القضية بالواقعة ، نوجزها فيما يلي : ١ – ما دامت القضية تعبر عن واقعه ، واذا كانت القضية اسما ، لزم أن تكون الواقعة شيئاً جزئيـــاً مما يمكن تسميته أو يكون موضوع ادراك حسي لكن الواقعة ليست شيئاً جزئياً بهذا المعنى ، وإنما مركب من شيء وصفاته وعلاقاتة . (٢) الفرق بين الشيء الجزئي والواقعة فرق بين فعلين عقليين مختلفين هما التسمية naming والتقرير asserting . (٣) الوظيفة الأساسية لاسم العلم أن يسمّي شيئاً جزئيا ، فإذا لم يسمّ الاسم شيئاً جزئياً، فقد بطل أن يكون أسماً وإنما كلمات أو اصوات لا دلالة لها ، بينما لا يزال للقضية معنى حتى حين تكون كاذبة. [١٠] من الواضح أن هــذه الاعتراضات رغم وجاهتها لا تواجه موقف فريجه الواقعي في طبيعة العدد والصنف وأنها أشياء لها موضوعيتها المستقلة عن أفكار الإنسان وعن العالم المادي معاً . لقد واجه رسل هذا الموقف الواقعي حين وصل الى النظرية الوصفية ، ما سوف نعرضه في حينه .

٦٨ – القضية الذرية :

أ – لا يصنف رسل القضايا بمعنى إحصاء لكل أنواعها ، وإنما يكتفي بتمييز خمسة انواع من القضايا يتناولهـــا بالتحليل : (١) القضية الذرية atomic p. (٢) القضية المركبة molecular p. (٣) القضية العـــامة general p. (وهي ما سماها التقليديون « القضية الكلية » ، لكن لم يستخدم رسل العبارة الأخيرة كثيراً) (٤) القضية العامة عمومية تامة (٥) القضية

---

(٨) أنظر الفقرة ٦١ حـ .

(٩) أنظر الفقرة ٦٣ .

(١٠) Logic and Knowledge, P. L A., pp. 182, 187. ، يقول رسل أنه استمد هذه الأفكار من فتجنشتين .

الوجودية existential p. . سوف يستغرق عرضنا لتحليـــل رسل الأنواع الأربعة الأولى بقية هذا الفصل ، أما الحديث عن القضية الوجودية عند رسل فاننا نرجئه إلى فصل قادم حين نتحدث عن نظرية رسل في دالة القضية .

ب – يقول أصحاب البرنكبيا : « يبدأ نسقنا من « القضايا الذرية » ؛ اننا نقبلها كمعطى [مسلـّمة أو نقطة بداية] لأن المشكلات الناشئة عنها تخصّ الجزء الفلسفي من المنطق ، ولا تسمح (على الأقل في الوقت الحاضر) بتناول رياضي [١١] » . ويقدم برتكبيا تعريفين للقضية الذرية : (١) القضية التي لا تحوى أى جزء مما يكون في ذاته قضية ، والتي لا تحوى كلمات « كل» أو « بعض » ، (٢) القضية التي تقرر أن لشيء ما صفة معينة ، أو أن عدة اشياء على علاقة معينة فيما بينها [١٢]. ولعل رسل ووايتهد قصدا من تسمية هذا النوع من القضية بالذرية أن يدلا على أكثر القضايا بساطة . « هذا أحمر » ، « هذا أسبق زمنا من ذاك » ، « ا أكبر من ب » أمثلة لقضايا ذرية . ولعلنا نلاحظ أن تلك القضية الذرية تحوى صفة ، أو فعلا ، أو فعلا وعلاقة ، كما تحوى اسم شيء جزئي تُسند إليه الصفة أو الفعل ، أو تحوى اسماء بينهـــا علاقات . يسمى اصحاب برنكبيا هذه الاسماء «أسماء أعلام» proper names ويسمون ما تشير اليه هذه الأسماء « افراداً » individuals أو « جزئيات » particulars . يمكن القول أن القضية الذرية نوعان : قضية شخصية تسندفيها صفة إلى شيء جزئي ، وقضية علاقة تربط شيئين بعلاقه ما ، وان القضية الشخصية هي ما رأى رسل – في كتبه المنطقية الاخرى غير برنكبيا – أنها القضية الحمليـــة بالمعنى الدقيق ؛ ولرسل موقف معين من عـــلاقة الحمل predication نريد تفصيله .

٦٩ – الحمل

ا – علاقة الحمل عند رسل علاقة أساسية إذا كان هنالك أفراد . يقول

---

(١١) Principia, Introd. to 2nd ed., p. xv.

(١٢) Ibid.

في محاضرة القاها عام ١٩١١ في « الجمعية الارسطية » Aristotelian Society عنوانها « في علاقات الكليات بالجزئيات » :

« ... الحمل علاقة تنطوي على اختلاف منطقي أساسي بين حدّيه. يمكن أن يكون للمحمولات ذاتها محمولات ، لكن ستكون محمولات المحمولات مختلفة اختلافاً اساسياً عن محمولات الجواهر [الموضوعات] ... ليست القضايا من الصورة « كل م هو ب » قضايا حملية، لكنها تعبر عن علاقات بين محمولات ... وقد كان الخلط التقليدي بين هذه والقضايا الحمليـــة بالمعنى الدقيق وبالاً على المنطق الصوري ... ان الحمل علاقة اساسية إذا كان هنالك أفراد .. ومن ثم فأفضل تعريف للأفراد أنهـــا كائنات يمكن أن تكون ووضوعات فقط لمحمولات ، أو أطراف علاقة — نعني أنها (بالمعنى المنطقي) جواهر » [١٣].

ب — ١ — القضية الحملية عند رسل صورة منطقية اساسية من صور القضايا ، ولا يمكن الاستغناء عنها، والقضية الشخصية Singular proposition هي القضية الحملية Subject - predicate p بالمعنى الدقيق ، أما القضية الكلية أو العامة فانها ليست حملية إذ لا تحوى موضوع حمل بالمعنى الدقيق وانمـا تنطوي على علاقة معينة بين محمولين . ولقد اعترف رسل انه تعلم التمييز بين القضية الشخصية والعامة من بيانو ، وإن كان عرف من بعد أن فريجه عرف التمييز قبل بيانو .

(٢) قام تمييز رسل بين القضايا الشخصية والعامة على أساس تحليل معين للمحمول واسم العلم ، وان بينهما اختلافاً منطقياً أساسياً . نبدأ بالمحمول . تتخذ القضية الذرية — كما سبقت الاشارة — صورتين : ما يُسند فيها محمول الى اسم شيء جزئي، وما تنطوي على علاقات بين أسماء أشياء جزئية، ونلاحظ أن كلتا الصورتين تنطويان على فعل أو صفة وفعل، أو لفظ من ألفاظ العلاقة،

---

(١٣) Russell, Logic and Knowledge, « On the Relations of Universals to Particulars », p. 123.

ولا شك أن لكل من الفعل والصفة ولفظ العلاقة استخداما خاصا ، وبالرغم من ذلك يمكن وضع الفعل والصفة مع ألفاظ العلاقات من حيث إنهما تدل جميعاً على علاقات ، فإن كان لفظ العلاقة متعلقا بحدّ واحد – كأن يكون فعلا لازماً أو صفة نسميه « علاقة واحدية » monadic relation [١٤]، ونسمي ذلك اللفظ أو تلك العلاقة « محمولاً » وتصبح القضية التي يرد فيهما الفعل اللازم أو الصفة والفعل قضية حملية ، وإن كان لفظ العلاقة متعلقاً بحدّين أو بثلاثة حدود أو اكثر نسمي العلاقة « علاقة ثنائية » dyadic r. أو « علاقة ثلاثية » triadic r. ، أو « علاقة رباعية » tetradic ، وهكذا. « سقراط فيلسوف » ، « م اكبر من ب » ، « م أعطى ب الى حـ » أمثلة لقضايا علاقات واحدية وثنائية وثلاثية على التوالي [١٥] .

(٣) موضوع القضية الذرية هو الفرد أو الجزئي ، كما قلنا ، ويعطي رسل للفرد تعريفات عدة منها أن الجزئي هو ما يمكن أن يكون موضوعاً في قضية ذرية [١٦] ، وإن الجزئيات هي حدود العلاقات في القضية الذرية [١٧]، ويشير إلى أن ما يسميه (الفرد) أو الجزئي هو (الجوهر بالمعنى المنطقي) في مصطلح القدماء، ومن ثم فالاشخاص والأشياء المحدودة في مكان وزمن أفراد أو جزئيات من الناحية المنطقية. لكننا نلاحظ أن رسل كثيراً ما يمزج تصور الجزئي كتصور منطقي بمواقفه المعرفية الخارجة عن مجال البحث المنطقي، وكانت مواقفه المعرفية تتطور عبر الزمن ؛ رأى رسل في طور من أطواره الفكرية أن الشخص ليس « فرداً » وانما هو « تركيب منطقي » logical construction من أفراد أو جزئيات ، وكانت المعطيات الحسية sense data من بين ما قصده بالجزئيات ، ومن ثم

---

(١٤) بيرس أول من استخدم عبارة « العلاقة الواحدية » لكن رسل لا يشير اليه : أنظر الفقرة ١٤٠ .

(١٥) Logic and Knowledge, op. cit., p. 108.

(١٦) Principia, Introd. 2nd ed., p. xix.

(١٧) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 199.

يمكننا فهم قوله أن الجزئي هو ما سماه القدماء بالجوهر باستثناء واحد وهو أنه لا يتصف بالثبات والديمومة not persistent through time وانما وجوده يدوم وقتاً قصيراً جداً momentary، وفيما عدا ذلك فالجزئي الرسلي والجوهر الارسطي يتلاقيان في انه « الجوهر بالمعنى الأولى » وانه الموضوع الحقيقي للحمل وانه الذي لن يكون محمولاً في قضية [١٨]. فإذا اردنا عزل الجوانب المعرفية في فلسفة رسل عن مواقفه المنطقية، قلنا انأسماء الاشخاص والاشياء الجزئية موضوعات منطقية في قضايا حملية .

(٤) أن الفرق بين اسم العلم والمحمول فرق بين فعلين عقليين مختلفين هما التسميه والتقرير . لكي نفهم اسماً ما يجب أن « نكون على وعي مباشر » acquainted with بالشيء الجزئي الذي يسمي بهذا الاسم »، ونحن لا نستطيع تسمية شيء باسم ما لسنا على وعي مباشر به . (نلاحظ أن رسل هنايدخل عنصراً معرفياً أيضاً في طبيعة اسم العلم ، لكننا سنتخلص منه بعد قليل) . أما فيما يختص بالمحمول فان فهمنا له هو فهمنا لقضية يدخلفيها هذا المحمول : لسنا محتاجين لفهم كلمة « أحمر » مثلاً إلى أن يكون امامنا فعلاً شيء جزئي احمر اللون ، وانما يلزمنا فقط أن نفهم معنى قضية تتخذالصورة«س أحمر» . لا يهمنا ان كانت القضية صادقة ، وانما يكفينا فهم معني إسنادنا الحمرة الى شيء ما او شيء آخر . ولقد قال رسل انه مدين في هذه النقطة من التمييز بين اسم العلم والمحمول إلى ڤتجنشتين [١٩] . والآن ، إذا اردنا تعريف رسل لاسم العلم تعريفاً منطقياً بحتا خالصاً منأي ألفاظ معرفيه مثل «وعي مباشر» وما نحوها ، وجدناه في اكثر كتبه تطوراً ، يقول : « اسم العلم كلمة لا تدل على محمول أو علاقة ، وما يمكن ان يدخل في قضيةلا تحوى متغيرات (ويبدو

---

(١٨) Ibid., pp. 201 - 3.

(١٩) Ibid., p. 205.

المتغير – في اللغة العادية – بظهور الفاظ مثل : كل ، بعض .. الخ)»[٢٠]

حـ – نجمل موقف رسل من الحمل فيما يلي : الحمل علاقة منطقية أساسية ؛ القضية الشخصية هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق – وفي هاتين النقطتين يتفق مع ارسطو ؛ هناك تمييز منطقي اساسي بين اسم العلم والمحمول – وقد ادرك ارسطو هذا التميز لكنه لم يتابعه إلى آخر تطوراته المنطقية ، وقد حسم فريجه وبيانو هذا التميز[٢١] ، واضاف رسل اليهما تمييزات اخرى ، وفي ذلك يختلفون عن ارسطو ؛ وبالرغم من ان الحمل علاقة اساسية وان القضية الحملية صورة اساسية من صور القضية فانها ليست الصورة الوحيدة للقضية اذ توجد صور منطقية اخرى لا يمكن ردها إلى حمليات كقضايا العلاقات وقضايا الهوية والقضايا الوجودية ، وقد فتح فريجه الباب لهـذه التمييزات ، وطورها رسل كما سنرى .

٧٠ – المتغيرات والثوابت :

أ – ثاني انواع القضايا التي يتحدث عنها رسل هي « القضايا المركبة » ؛ لكن لكي نفهمها هي، يلزمنا تقديم بعض الافكار الهامة في پرنكپيا أولاً : نعني: المتغير Variable ، والثابت constant ،ودالة الصدق truth-function. « المتغير » تعبير رمزي في الرياضيات يرمز الى كمية غير محددة ، استعارها المنطق ليدل على أي رمز غير محدد المعنى ؛ حين نعطي لمتغير مـــا معنى محدداً نسمي هذا المعنى (قيمة المتغير) value of a variable ، وقـد يرمز

---

(٢٠) Russell, My Philosophical Development p 167.
قارن هذا التعريف لإسم العلم بتعريف كواين : « إسم العلم ما يدل على تسمية شيء مـا لكنه لا يملك ضماناً أن هذا الشيء يجب أن يكون حاضراً الآن فعـــلاً أو أنه على وشك الظهور » ، أنظر : Quine, Methods of Logic. London, 1958, p. 197.

(٢١) أنظر : Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, London, 1919, p 163.

المتغير إلى إسم علم ، أو إلى صنف ، أو إلى قضية أو إلى علاقة . ندل على المتغيرات بحروف معينة من لغة الهجاء . وليس استخدام المتغيرات أمراً جديداً في برنكبيا ، لكنه قديم قدم أرسطو والرواقيين ، وقد توسع ليبتنز وبول وبيانو وفريجه في استخدامها . نسمي تلك الصور الرمزية من المتغيرات (بالإضافة إلى رموز الثوابت التي سنتحدث عنها بعد قليل) إذا استخدمناها في المنطق « المصطلح الرمزي » notation ، وقد كان لكل من فريجه وبيانو وبيرس وشرويدر وغيرهم مصطلحه الرمزي الخاص، لكن أصحاب البرنكبيا اصطنعوا مصطلح بيانو لبساطته ودقته .

ب - يبدو أن تعبير « الثوابت المنطقية » من اصطناع بيانو ، وسبق للرواقيين ان عرفوا بعضها وسموها « روابط » conectives . الثابت المنطقي هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التي تربط بين قضيتين بسيطتين (ذريتين) أو أكثر ، والثوابت الرئيسية في برنكبيا أربعة : السلب negation (وتعبر عنها كلمة (لا) أو ما في معناها) ، الربط conjunction (وتعبر عنها واو العطف) ، الفصل disjunction (وتعبر عنها (أو) ، (إما ... او ...) ونحوها) ، التضمن implication (وتعبر عنها إداة الشرط (إذا ...)) . لقد عرف أرسطو هذه الروابط لكنه لم يدرس قواعد استخدامها بعناية ، لكن الرواقيين بدأوا بتلك الدراسة ، وزاد بول وجيفونز عليهم اضافات هامة، أما فريجه وبيانو فلهم الفضل الكبير في تعريفها ووضع قواعد استخدامها بدقة ، بل كانا أول من وضع للثوابت رموزاً. يرمز برنكبيا إلى السلب بالعلامة (—)، والى الربط بالعلامة (.) وإلى الفصل بالعلامة (V) ، وإلى التضمن بالعلامة (⊃). (وسوف نحتفظ بهذه الرسوم للثوابت حين نصوغ بعض القضايا والقوانين المنطقية في برنكبيا بالعربية) . نجد أنفسنا الآن في موضع الحديث عن القضية المركبة : انها قضية مؤلفة من قضيتين بسيطتين ارتبطتا بأحد الثوابت : الشمس مشرقة والجو معتدل ،

المسؤولية قائمة أو الحرية خرافة ، مثالان على قضية مركبة تحوي اولاهمـــا ثابت الربط والثانية ثابت الفصل. فاذا أردنا صياغة القضية المركبة في صورة رموز لمتغيراتها وثوابتها ، قلنـــا (– ق) (– p) ، ق . ل (p · q) ، ق V ل (pvq) ، ق ⊃ ل (p ⊃ q) وهكذا [٢٢] . نسمي هذه الصيغ « دالات صدق » .

٧١ – دالة الصدق والقضية المركبة

أ – سبق لفريجه أن أعطى للدالة في الرياضيات تعريفاً دقيقاً ثم استخدمها في كتابة القضية المنطقية لتكون في صورة رمزية خالصة ، لكن يمكننا الآن تقديم تعريف للدالة أكثر بساطـة مما فعل فريجه : حين يرتبط متغير ما (هـ) بتغير آخر (و) بحيث إذا عرفنا قيمة و ، أمكننا تحديد قيمه هـ ، نقول ان هـ دالة و [٢٣] . ولقد طبق المناطقة الرمزيون الدالة الرياضية في المنطق كما قدمنا . وقد دخل المناطقة من فكرة الدالة الى فكرة (دالة الصدق) ، وكان فريجه أول من استخدم التعبير [٢٤] ، وإن كانت الفكرة قديمة قدم فيلون الميغاري حين تحدث عن احتمالات صدق القضية الشرطية أو كذبها . تتألف (دالة الصدق) في برنكيبيا – من صيغة رمزية لقضية مركبة بحيث تتوقف قيمة صدقها على قيمة صدق كل قضية من القضايا التي تؤلفها ، ويحكم هذه القيمة قواعد معينة ، وتعتمد تلك القواعد على المعنى الذي نعطيه للثابت المنطقي الوارد في هذه القضية المركبة أو تلك . يمكن القول بعبارة أخرى ان تعريف الثوابت ، بالاضافة الى صدق القضيتين البسطتين أو كذبها هما اللذان يحددان قيمة صدق

---

(٢٢) Principia, pp. 6 - 7.

(٢٣) أنظر : M. Black, The Nature of Mathematics, London, 5ih imp. 1965, pp. 53 - 4.

(٢٤) أنظر : W. Kneale, The Development of Logic, p. 531.

القضية المركبة . ومن ثم تتعدد قواعد صدق القضية المركبة (أو قواعد دالة الصدق) بتعدد الثوابت الواردة فيها [٢٥] .

ب – قلنا ان الثوابت المنطقية الرئيسية –في پرنكپيا– أربعة هي السلب الربط والفصل والتضمن ، ومن ثم تصير دالات الصدق أربعه: دالة التناقض، ودالة الربط ، ودالة الفصل ، ودالة التضمن . نوجز قاعدة صدق كل دالة فيما يلي :

(١) دالة التناقض contradictory function: صيغـــة تتألف من قضية واحدة تسبقها أداة السلب ، مثال : « – ق » (– p) ونقرؤها « لا ق » (not – p) ، وتعني تقرير أن ق كاذبة ، أو أن « – ق » صادقة إذا كانت « ق » كاذبة ، وكاذبة إذا كانت ق صادقة. وذلك تعريف ثابت السلب .

(٢) دالة الربط conjunctive function :صيغة تتألف من قضيتين ارتبطتا بثابت الربط ، وصورتها الرمزية « ق.ل» (p q) ، ونقرؤها « ق و ل » (pand q) ، وحكم صدقها أن تصدق إذا كانت كلتا القضيتين صادقتين معـــاً ، وإلا تكون الدالة كاذبة .

(٣) دالة الفصل disjunctive function : صيغة تتألف من قضيتين بينهما ثابت الفصل ، وصيغتها (ى V ل) (pVq) ، ونقرؤها (ى أو ل) (p or q) ، وحكم صدقها أن تصدق إذا صدقت إحدى القضيتين أو كلاهما، وأن تكذب إذا كذبت القضيتان معا ؛ ويمكن التعبير – باسلوب آخر – عن قاعدة دالة الفصل كما يلي : اذا عرفنـــا صدق إحدى القضيتين في دالة الفصل ، أمكن استنباط ان الدالة المركبة صادقة . لا حاجة بنا إلى ملاحظة أنه إلى جيفونز يرجع الفضل الأول في هذه القاعدة (أو تعريف الفصل) التي تنطوي على ان دالة الفصل تصدق اذا صدق أحد عنصريها أو صدق

---

(٢٥) Principia, Introd. 2nd ed , p. xvi ؛ وأيضاً :
Russell, Logic and Knowledge, P. L. A., p. 210.

كلاهما معاً ، وهي قاعدة أخذها عنه كل المناطقة المعاصرين — ما عدا ڤن Venn [٢٦] . ولا حاجة بنا أيضاً إلى ملاحظة أن هذا التعريف للفصل مختلف عن تعريف المنطق التقليدي للفصل الذي بمقتضاه لا يمكن أن يصدق المقدم والتالي معاً في القضية الشرطية المنفصلة ، وقد سار بول في ركب التقليديين في هذه النقطة .

(٤) دالة التضمن implicative function : صيغة تتألف من قضيتين ارتبطتا بأداة الشرط ، وصورتها الرمزية (ق ⊃ ل) (p⊃q) ،ونقرؤها (ق تتضمن ل) أو (إذا كان ق ، حينئذ ل) ؛ ومن الواضح أن دالة التضمن هي صورة القضية الشرطية المتصلة. يعطى أصحاب البرنكبيا تعريفات عدة لثابت التضمن في سياقات مختلفة ، نذكر منها التعريف الآتي : « إما أن يكون المقدم كاذباً أو أن يكون التالي صدقاً » ؛ لكن المناطقة من فيلون الميغاري والرواقيين إلى فريجه ومن تلا أصحاب البرنكبيا رأوا أن دالة التضمن تصدق اذا صدق المقدم والتالي معاً، أو إذا كذبا معاً ، أو إذا كذب المقدم وصدق التالي ،وأن تكذب إذا صدق المقدم وكذب التالي . لا يتعارض تعريف برنكبيا مع هذا التعريف بطبيعة الحال ، لأنه يمكن دمج التعريفين فيقال «تصدق دالة التضمن إذا كان من المستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالي».

حـ — لقد تحيّر كثير من المناطقة بعد برنكبيا في ادراك التمييز بين علاقة التضمن — وهي علاقة منطقية — وعلاقة العليه وهي علاقة ليست منطقية ، ذلك لأن المنطق التقليدي — حتى أيام كنط — كان يرى أن القضية الشرطية المتصلة تعبر عن علاقة علّيه أو علاقة أساس ground (وهو المقدّم) بما تترتب عليه consequent (وهو التالي) . لا شك أن قد عرف أصحاب برنكبيا أن علاقة التضمن علاقة منطقية بحتة، بالرغم من أن القضية الشرطية المتصلة — التي تصاغ في صورة تضمن — قد تعبر عن علاقة عليه ، لكنهم لم يوضحوا التمييز بين التضمن والعليه . لقد وصل المناطقة من بعد إلى أن المقصود

---

(٢٦) أنظر الفقرة ٣٥ .

بدالة التضمن لا مجرد تقرير علاقة مقدم بتالٍ ، وانما الوصول من هذه الدالة إلى صيغة أخرى تلزم عنها ، وتصبح الصيغة الأخرى هي التي تعبر عن علاقه منطقية ، نقول النقطة بعبارة أخرى : (ى ⊃ ل) دالة تضمن ، لكنها لا تعبر بذاتها عن علاقة منطقية ، وإنمـــا الصيغة (ى ⊃ ل) تتضمن أن « لا – ل ⊃ لا – ق » دالة تضمن وتعبر عن علاقةمنطقية أساسية [٢٧]

ى – يستعين أصحاب البرنكبيا بتلك الدالات الاربعة الرئيسية لاشتقاق دالات اخرى نكتفي هنا بذكر إحداهـــا ، وهي « دالة التـــكافؤ » equivalence function ، رمز التكافؤ هو العلامة ≡ ، وصيغة دالتها هي « ق ≡ ل » ، (p ≡ q) ، وقاعدة هذه الدالة أن تصدق إذا صدقت القضيتان معاً ، أو إذا كذبتا معاً، لكنها تكذب إذا أختلفت قيمة صدقهما، وقد وضع اصحاب البرنكيبا تعريفاً لدالة التكافؤ بواسطةدالتي التضمنوالربط وهو الإتيان بدالتي تضمن ، اختلف موضع المقدم والتالي في احداهما عنه في الأخرى ، ثم ارتباط الدالتين بثابت الربط ، والصيغـــة الرمزية لتعريف دالة التـــكافؤ هي : « ق ≡ ل » = « (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق) » $p \equiv q = (p \supset q) \cdot (q \supset p)$. نقول عن القضيتين«الكواكب تدور حول الشمس»« بالشمس قوة جاذبية » إنهما متكافئتان، بمعنى أن القضية« إذا كانت الكواكب تدور حول الشمس فان بالشمس جاذبية» مساوية في صدقها للقضية « إذا كان بالشمس جاذبية فإن الكواكب تدور حولها»، أو بمعنى«الكواكب تدور حول الشمس تكافيء بالشمس قوةجاذبية» تساوى « إذا كانتالكواكب تدور حول الشمس فبالشمس جاذبية وإذا كان بالشمسجاذبية فان الكواكب تدور حولها » . نلاحظ على دالة التكافؤ أن ليس المقصود أن يكون معنى

(٢٧) قارن : . Mitchell, An Introduction to Logic, London, 2nd ed. 1964, pp. 63 - 4

القضيتين المتكافئتين واحداً وانما يعني فقط أن قيمة الصدق فيهما واحدة (٢٨) نلاحظ هنا أن دالة التكافؤ دالة جديدة في برنكيبا : نعم لقد عرف فريجه المساواة أو الهوية (وهما عنده مترادفتان) واعطاهما رمز التكافؤ هنا ورأى أن القضيتين اللتين بينهما مساواة متكافئتان في المعني ويمكن استبدال أحداهما بالأخرى (٢٩) لكن اصحاب برنكبيا هم الذين طوروا هذه النقطة واضافوا اليها تعريف الدالة .

هـ – توضح الفقرات السابقة معنى القضية المركبة ، فهي قضية مؤلفة من قضيتين ذريتين أو أكثر ارتبطتا بأحد الثوابت المنطقية ، وهي نوع من القضية غريب على المنطق التقليدي ، نعم عرف ارسطو القضايا التي تدخـــل عليها واو العطف واداة الفصل وأداة الشرط لكنه لم يُعْط نظرية في معني هذه الثوابت ، ولا في أحـــكام تلك القضايا وقواعد استنباط بعضها من بعض . لأصحاب برنكبيا فضل كبير في تطويرها بدأه فريجه وبيانو عن تلك المواقف.

٧٢ – **القضية العامة** :

أ – سوف نذكر تحليل رسل وأصحاب برنكبيا للقضية العامـــة (أو الكلية) كاملاً في فصل تالٍ حين نتعرض لنظرياتها عن دالة القضية . نكتفي هنا بالإشارة إلى ثلاث نقط في موقف رسل من القضايا العامة ، وهي ثالث أنواع القضايا في تصنيفه . أولاً : ليست القضية العامـــة حملية كما ظن التقليديون ، وإنما هي في حقيقتها قضية شرطية متصلة . تعني القضية « كل إنسان فان » أنه « إذا كان هـ إنساناً فهو بالضرورة فان » . حين ذكر رسل

---

(٢٨) أنظر : Principia, pp. xv - xvi, 6 - 7. ؛ وأيضا :
Russell, Introduction to Mathematical Philosophy. London, 1948, pp. 146 - 8.

(٢٩) راجع : Translations from the Philosophical Writings of G. Frege, by Geach and Black, p. 12.

هذه النقطة أرجع الفضل في معرفته لها إلى براد لي الذي أعلنها في كتابه مبادىء المنطق Principles of Logic الذي نشر عام ١٨٨٣، وساق رسل مثل براد لي : « المخطئون سوف يقدّمون للمحاكمة » Trespassers will be prosecuted تعني أنه « إذا ارتكب شخص ما خطيئة فإنه سوف يحاكَم»[٣٠] . ومن الغريب يقرن رسل هذه الفكرة ببراد لي في عام١٩١٨، وكان ينبغي أن يرجع رسل الفضل إلى فريجه الذي عرف النقطة منذ ١٨٧٩ (وعرف رسل فريجه وأعماله بعد عام ١٩٠١)، أو يُرجع الفضل إلى بيرس الذي عرف النقطة منذ ١٨٦٧ [٣١] .

ب – ما دامت القضية العامة شرطية متصلة ، فإنه ليس من الضروري أن تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعها ؛ إن القضية الشرطية لا تقرر شيئاً . القضية « كل إنسان فان » لا تقرر وجود آدميين في الواقع ، ثم نحكم عليهم بالفناء ؛ وإنما تقول فقط إنه إذا كان هناك آدميون لزم أن يكونوا فانين . ونلاحظ أن كل صيغ القوانين العلمية من هذا النوع من القضايا : أي يمكننا أن نحكم بصدقها حتى لو لم يكن لموضوعها أمثلة في الواقع . خذ القانون : « كل الأجسام المتحركة التي لا تؤثر فيها قوة خارجة عليها تستمر في حركتها حركة مطّردة في خط مستقيم » . إنها قضية صادقة حتى لو لم يوجد جسم متحرك لا تؤثر فيه قوة خارجة عليه ، وكان يمكن للقضية أن تنطوي على وجود واقعي لو كان في الكون جسم واحد ، وهو باطل ، ورغم ذلك فالقضية صادقة . يوضح رسل رأيه في عدم وجوب تقرير القضية العامة لوجود واقعي لموضوعها بالمثال « كل إغريقي إنسان » : لا تقرر هذه القضية وجوداً واقعياً للإغريق ، فإذا أردت بالقضية أن تعطي هذا التقرير ، لزم أن تضيف القضية « ويوجد إغريق » بحيث إذا حدث أن ليس

---

(٣٠) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 237.

(٣١) قارن الفقرات ٣٧ ، ١٥٣ .

هنالك إغريق ، تصبح القضيتان « كل إغريقي إنسان »، «لا إغريقي إنسان» صادقتين معاً (٣٢) . نلاحظ أنه قد سبق لبول وفريجه أن أدركا هذه النقطة لكن لم يلقيا عليها ضوءاً يتناسب وأهميتها ، مثل الأهمية التي أعطاها لها رسل (٣٣) .

حـ – وصل رسل من النقطتين السابقتين في تحليل القضية العامة إلى أن بعض قوانين المنطق التقليدي كاذبة ، نعني بعض قوانين التقابل بين القضايا، وبعض قوانين الاستدلال المباشر . رأى التقليديون ان القضيتين المتناقضتين لا تصدقان معاً ، بينما رأى رسل أنهما تصدقان معاً إذا دلّ موضوعهما على صنف فارغ ؛ رأوا أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معاً ، بينما رأى رسل أنهما تصدقان معاً إذا توفر الشرط السابق ؛ رأوا أنه إذا صدقت الكلية صدقت الجزئية المتداخلة معها ، بينما رأى رسل أن الجزئية لا تصدق إذا كان موضوع الكلية فارغاً ، إذ لا يمكن الانتقال من لا وجود إلى وجود ؛ رأوا أن الكلية الموجبة تُعكسُ إلى جزئية موجبة وأنهما متكافئتان في المعنى والصدق ، بينما رأى رسل انهما لن يكونا متكافئتين اذا كان الموضوع فارغاً. وبالمثل يصبح الضرب الأول من الشكل الثالث من أشكال القياس التقليدي فاسداً اذا لم يكن لموضوع المقدمات أفراد في الواقع، لاننا ننتقل من مقدمتين كليتين إلى نتيجة جزئية ، أي ننتقل مما لا ينطوي على تقرير وجود واقعي إلى تقرير وجود واقعي ، وهو باطل . نختار أمثلة توضيحية قليلة فيما يلي : اذا قلنا ان (الحصن المجنحة مفترسة) صادقة ، صدقت أيضاً (بعض الحصن المجنحة ليست مفترسة) لأننا إذا قلنا ان الأخيرة كاذبة طبقاً لقانون عدم التناقض فاننا نتضمن أن هنالك حصاناً مجنحاً واحدا على الاقل مما يكون

---

(٣٢) P. L. A., p. 229. ؛ أنظر أيضاً :
Russell, My Philosophical Development, pp. 66 - 7.

(٣٣) قارن الفقرات ٢.٨ ب ، ٥٢ ا .

مفترساً ، وهو باطل لأن ليس للموضوع وجود واقعي [٣٤] . القضيتان (كل حصان مجنح) ، (لا حصان مجنح) تصدقان معاً . ويقول رسل – في سياق فساد الضرب الاول من الشكل الثالث – أنه قد تحطمت محاولات ليبنتز الجادة لاقامة منطق رياضي على صخرة هذا الضرب ، لانه كان يصل في كل محاولة إلى فساد هذا الضرب ، فلا يصدق نفسه لاعتقاده بعصمة أرسطو ، فيبدأ محاولته من جديد ، وهكذا [٣٥] .

٧٣ – القضية العامة عمومية تامة :

أ – القضية العامة عمومية تامة رابع أنواع القضايا التي يدرسها رسل ، كان يقصد بها القضايا المنطقية (أو الحقائق المنطقية) كما كان يقصد بها كل قضايا الرياضيات البحته التي لا تحوى غير حدود منطقية خالصة . وهناك امثلة لهذا النوع من القضايا : (١) إذا كان أ يتضمن ب ، و ب يتضمن حـ ، فإن أ يتضمن حـ » (الرموز هنا متغيرات لقضايا) ، (٢) « إذا كان كل أفراد أ افراداً في ب ، وكل افراد ب أفراد في حـ ، فـإن كل أفراد أ أفراد في حـ ، (الرموز هنا متغيرات لأصناف) ، (٣) « إذا كان كل أفراد أ أفراداً في ب ، و هـ أحد أفراد أ ، فإن هـ فرداً في ب ، (هـ متغير يرمز إلى العضو فى صنف) [٣٦] لكن وجد رسل صعوبة كبرى في تعريف القضية المنطقية بالبحث عن خاصة تميزها عن القضايا الأخرى . تلخص النقط التالية ما وصل اليه رسل فيما بين الأعوام ١٩١٨ و١٩٣٧ في

---

(٣٤) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 229. ، أنظر أيضاً :
Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, pp. 163 - 4.
وسوف نرمز إلى الكتاب الأخير فيما بعد بالرمز I. M. P.

(٣٥) Logic and Knowledge, op. cit., p. 230. ، أنظر أيضاً :
S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, London, 2nd ed., 1933, p. ix.

(٣٦) Logic and Knowledge, P. L. A , pp. 237, 240.

معنى القضية المنطقية . (١) قد نقول أن القضية المنطقية قضية تحليلية ، ونعني بالتحليلية مـــا نقيضها مستحيل، لكن يجب ألا نقنع بهذه الخــاصة لقصورها ، لأنهـــا تستند إلى قانون عـــدم التناقض ، وهو ذاته أحد القضايا المنطقية التي نريد البحث عن خـــاصتها [٣٧] . (٢) القضية المنطقية هي ما يمكننا معرفتها على نحو قبلي ، ومن ثم فهي متميزة تماماً من القضايا التجريبية ، لكن بالرغم من أن السمة القبلية قائمة في كل قضيةمنطقية غير أنها ليست خاصة فيها بقدر ما هي خاصة لمعرفتنا لها . (٣) قد نقول إن القضية المنطقية تحصيل حاصل ، tautology ، وتلك خاصة مميزة، ويرجع الفضل في إبرازها إلى ﭬتجنشتين حـــين قال ان حقائق المنطق وكل قضايا الرياضيات البحتة تحصيل حاصل ، لكن ﭬتجنشتين – فيما يقول رسل – لم يُعْط حتى عام ١٩١٩ معنى دقيقاً لتحصيل الحاصل ، إذ لم يكن قد نشر كتابه الأول بعد ، ولم يحاول رسل اعطاء تعريف من عنده [٣٨] .

ب – حـــين نشر ﭬتجنشتين كتـــابه الأول **رسالة منطقية فلسفية** Tractatus Logico-Philosophicus عام ١٩٢١ ، دوّن فيه – من بين ما دوّن – رأيه في يقين القضية المنطقية ، مما نوجزه في العبارات الآتية : حين نقول أن القضية المنطقية تحصيل حاصل لا نعنى انها لا تقول شيئاً ، وانمـــا نعني انها لا تقول شيئاً عن العالم الخارجي ؛ القضية المنطقية صادقة دائمـــاً وضرورية ، وينشأ صدقها وضرورتها عن تركيب لغوي معين صيغت فيه ، واستخدام معين للألفاظ التي ترد فيها ؛ إن بعض قواعد التركيب اللغوي

---

(٣٧) للقضية التحليلية معنيان على الأقل : (أ) مـــا تعبر عن حقيقة منطقية بالقياس إلى تعريف الألفاظ أو الرموز التي ترد فيها ، (ب) ما تكون تحصيل حاصل وهي القضية التي تعبر عن قانون الهوية التي يؤدي إنكارها إلى وقوع في تناقض .

(٣٨) Logic and Knowledge, d. L. A., pp. 240 - 1. ؛
I. M. P., pp. 202 - 5.

وبعض قواعد استخدامنا للألفاظ من صنعنا واصطلاحنا ، يمكننا تغييرها إن شئنا ، لكن بعضها الآخر ليس كذلك ، بل هي معطاة لنا ؛ حقائق المنطق تنتمي الى النوع الثاني الذي يكون معطىً لنا ولا نملك تغييره ، ونكتشف صدق القضية المنطقية سرعان ما نحلل القواعد التي يخضع لها تركيبها اللغوي ، وذلك يعني أن قواعد اللغة وقوانين الفكر مرتبطان أشد ارتباط [٣٩] . ولقد تأثر كثير من المناطقة برأي ڤتجنشتين ونادوا بنظرية في يقين المنطق لم يقصد إليها رائدهم ، مؤداها أن حقائق المنطق تقوم على قواعد استخدامنا في اللغة ، وما دامت هذه القواعد من صنعنا ، فأنه يجب أن تكون حقائق المنطق من صنعنا كذلك : تسمى هذه النظرية «نظرية المواضعة المنطقية» Logical Conventionalism ،بدأها الوضعيون المناطقة مثل شكيك Schlick (١٨٨٢ – ١٩٣٦) . وكارناپ Carnap (١٨٩١ –) وتابعهما مناطقة آخرون مثل پوست Post (١٨٩٧ – ١٩٥٤) ولوكاشيڤتش(١٨٧٨– ١٩٥٦) وتارسكي Tarski (١٩٠٢ –) وكواين Quine وستروصن Strawson [٤٠] ، وسوف نتناول هذه النظرية في الفقرتين التاليتين. أما

---

(٣٩) أنظر : L.Wittgenstein, Tractatus Logico - Philosophicus, trans. by Pears and Mcguiress, London 1961, SS 4. 46 ff, 6. 124.

(٤٠) أنظر :

R. Carnap, The Logical Syntax of Language, London, 1937.
A. Tarski, « The Semantic Conception of Truth »,
Quine, « Truth by Convention ».

أعيد نشر المقالتين الأخيرتين في :

Readings in Philosophical Analysis, ed. by Feigl and Sellars, N. Y., 1949. ، أنظر أيضاً .

Quine, From a Logical Point of View, 2nd ed. 1961, Harvard
Strawson, Introduction to Logical Theory.

رسل فحين قدم كتابه **مبادىء الرياضيات** للطبعة الثانية عام ١٩٣٧ بمقدمة جديدة غير مقدمة الطبعة الأولى ليسجل فيها المواقف التي كان قد نادى بها عام ١٩٠٣ وارتد عنها أو عدّلها وطوّرها ويزيد من مواقفه التي ثبت عليها ، أشار إلى أن ليس لديه جديد يقوله في توضيح معنى القضية المنطقية ، كما أشار الى رفضه لنظرية المواضعة حيث أعطت قوانين المنطق تفسيراً لغوياً مسرفاً [٤١] . فإذا أردنا الآن الإشارة إلى الموقف الذي اتفق فيه كل من رسل وفتجنشتين حول القضية المنطقية ، قلنا أنها – عندهما – صادقة دائما ، ولا يعتمد صدقها على ملاحظات حسية أو تحقيق تجريبي ، ولا يكذبها أي مثل تجريبي ، وأننا تدرك صدقها حالما نفهم معاني الألفاظ الواردة فيها ونعرف استخدامها الصحيح ، وأنها تنطوي على علاقات معينه مثل الهوية وعدم التناقض والتضمن .

٧٤ – قوانين المنطق ونظرية المواضعة

أ – نتوقف في هذه الفقرة والفقرة التالية عن الاستمرار في عرض منطق رسل وأصحاب البرنكبيا ، لنوجز نظرية المواضعة المنطقية ونعلق عليها . يختلف أصحاب النظرية فيما بينهم في كثير من تفاصيل [٤٢] ، لكن يمكن إجمال جوهر النظرية فيما يلي . إن اللغة ابتكار إنساني ، وان الانسان هو صانع الألفاظ وقواعد استخدامها وقواعد تركيبها في عبارات. حين اصطنع الانسان اللغة ، ربط كل لفظ بمعنى ثابت أو كاد يكون ثابتاً ؛ واللغة في

---

(٤١) Russell, The Principles of Mathematics, Introd, to 2nd ed., 1937, pp. ix, xii.

(٤٢) تجد بعض تفصيل لنظريات هؤلاء في :
Kneale, The Development of Logic, pp. 630 - 51.

تطور مستمر ، فهنالك ألفاظ تتطور معانيها حسب الحاجة ، كما أن الفاظاً جديدة تدخل في اللغة لم تكن بها من قبل حسب الحاجة ايضاً . حين نقول ان اللغة مواضعة إنسانية نستبعد أن تكون من صنع فرد معين أو من صنيع عدد محدود من الأفراد ابتكروها بإرادتهم وأختيارهم ، بنفس الطريقة التي نقول فيها إن قواعد لعبة الورق أو الشطرنج أو أي لعبة أخرى من صنع فرد معين باختياره. ننتقل بعد هذه الكلمة في طبيعة اللغة عند نظرية المواضعة إلى تفسيرها الصدق والضرورة في قوانين المنطق .

ب - يمكن تقسيم الألفاظ من حيث استخدامنا لها قسمين : ألفاظ بنائية structural words ، وألفاظ غير بنائية non-structural words ، ومن أمثلة الالفاظ البنائية : كل ، بعض ، إذا ، لا ، و ، أو ، والالفاظ الدالة على علاقات وسائر الالفاظ التي تربط بين كلمتين أو أكثر ليتألف منها جمل مفيدة ، أما الالفاظ غير البنائية فهي سائر مفردات اللغة من افعال وصفات وأسماء عامة وأسماء أعلام . خذ القانون المنطقي : « إذا كان أ حينئذ ب ؛ وإذا كان ب حينئذ حـ ، فانه إذا كان أ كان حـ » - هذا القانون ضروري لاننا إذا عوضنا عن أ وب وحـ بجمل مفيدة ، يصبح القانون صادقاً دائماً ، لأنه يتسق مع استخدامنا المألوف لكلمة « إذا » ، أو أنه صادق بالقياس إلى قواعد استخدامنا لاداة الشرط (٤٣) . خذ الجمل الآتية : إذا كان محمد أعزب فهو غير متزوج ، إذا كان يونس جداً لمصطفى فهو والد والد مصطفى ، كل الاخوة ذكور ، كل الاخوات إناث - إنها امثلة لقضايا ضرورية تنشأ ضرورتها عن استخدام صحيح للكلمات التي نرد فيها . إننا نستخدم كلمة « أعزب » لتعنى كلمات « غير متزوج » ، « جد » لتعنى « والد والد » ، وهكذا ؛

(٤٣) Quine, « Truth by Convention », in Readings in Philosophical Analysis, ed. by Feigl and Sellars, p. 262.

كأن قواعد استخدام الالفاظ بمثابة أوامر : لا تستخدم « أعزب » إلا إذا كنت تعني « غير متزوج » ومن ثم فتلك القضايا صادقة بالتعريف . خذ الآن مثالا يوضح أن تسليمنا بقانون عدم التناقض ناشيء عن قواعد استخدامنا لألفاظ اللغة . إن باللغة الفاظاً مترادفة يتسق بعضها مع بعض ، كما أن بها الفاظاً لا يتسق بعضها مع بعض ؛ « اعزب » و « غير متزوج » لفظان متسقان ، « أسود » و « مربع » متسقان ، لأنه يمكنك اسنادهما معاً إلى شيء واحد ، مثلما نقول أن السبورة سوداء مربعة ، لكن « اسود » و « أبيض » لفظان متقابلان لا يتسقان ، إذا قلنا « هذه السبورة سوداء بيضاء » نقول ألفاظاً غير متسق بعضها مع بعض لأننا أسندنا إلى شيء ما صفتين لا يتسق استخدامنا لاحداهما مع استخدامنا للأخرى [٤٤] . تنتهي نظرية المواضعة المنطقية من ذلك إلى القول إن ضرورة قواعد المنطق ليست لغزاً ، وانما تقوم في القواعد التي تواضع الناس عليها في استخدامهم للألفاظ ، وما دامت هذه القواعد من صنعنا ، فكذلك قوانين المنطق [٤٥] .

٧٥ – نقد نظرية المواضعة :

أ – نقدم على النظرية السابقة الملاحظات الآتية : (١) من المألوف أن نستخدم (مواضعة) أو (اصطلاح) على قاعدة ما بمعنى ما يسمح بالاتيان

---

(٤٤) Strawson, Introduction to Logical Theory, London, 1952, pp. 6 - 8.

(٤٥) أنظر : Kneale « Are Necessary Truths true by Convention ? », in P. A. S. S., Vol. xxi, 1947.

وقد أعيد نشرها في :

Clarity is not Enough, ed by H. D. Lewis, London, 1963, p. 137.

ببديل بها أو بتغييرها ، ومن المألوف أيضاً ان نستخدم (ضروري) بمعنى ما لا يمكن تجنبه أو ما لا اختيار لنا في تغييره ، ومن ثم لا يمكن للقضية الضرورية أن تكون اصطلاحا أو مواضعة .

(٢) نستخدم كلمة (احمر) مثلاً للدلالة على لون معين ؛ افرض أني أعلنت أني سأستخدم (احمر) للدلالة على ما يعنيه الناس حين يستخدمون كلمة (ابيض) واني ساستخدم (اخضر) للدلالة على كلمة (ابيض) كما يستخدمها الناس ، وقمت بتغيير مماثل لكلمات أخرى – في الواقع سوف أعطي معاني لكل الكلمات غير المعاني التي ألفها الناس. لا بأس من هذا الإجراء ولا غبار على استخدامي لغة جديدة ، لو أن اللغة صناعة فردية لا يستخدمها سواي ، لكن إذا أدركنا أن اللغة جعلت للتفاهم بين عدد عديد من الافراد ، جاء الإجراء الجديد باطلاً .

(٣) القول إن قوانين المنطق تقوم على قواعد استخدام الألفاظ يعني أن الناس قد مروا بمرحلة كانوا يتفاهمون برموز لغوية قبل أن يدركوا قواعد المنطق ، وليس هذا صحيحاً . نعم ، حين تكلم الانسان وتفاهم مع غيره باللغة ، لم يكن المنطق قد نشأ بعد علماً ، وبالرغم من ذلك كان الانسان يستخدم قواعد المنطق من حيث لا يشعر ؛ بل كان يدرك تصورات منطقية حتى دون استخدام كلمات مناسبه . خذ مثالاً : افرض اني اعرف معنى كلمة (احمر) ، وافرض اني وقعت على شيء ليس احمر اللون ، لكني لم أعرف على وجه التحديد الكلمة الدالة على ذلك اللون الآخر ؛ يمكنني أن أقول « هذا ليس أحمر » ، وتدل هذه العبارة على استخدام صحيح للغة ؛ ذلك يعني اني مدرك لفكرة السلب قبل أن أتعلم مفردات اللغة التي لا يتسق استخدام بعضها مع استخدام بعضها الآخر . يمكن للمدرس أن يعلّم الطالب كيف يستخدم كلمات النفي في لغة ما ، لكنه يفترض حينئذ أن لدى الطالب

تصوري الاثبات والسلب ابتداءً ، وإلا لا يستطيع الطالب استخدام أدوات النفي استخداماً صحيحاً . نضيف إلى ذلك أن معرفة الانسان لقواعد اللغة والاستخدام الصحيح للكلمات ليست في ذاتها معرفة قواعد المنطق وليست الأولى سابقة على الثانية . خذ القضية « محمد أعزب إذن فهو غير متزوج » ؛ نقول عن هذه القضية انها ضرورية ، ونسند الضرورة إلى ترادف (أعزب) و (غير متزوج) ، أو نقول إنها تعبير عن مبدأ الهوية . ذلك تفسير غير غير صحيح ، لأن الترادف في ذاته لا يحمل معنى الضرورة . لعل الأصدق أن نقول ان ادراكي لمبدأ الهوية هو سبيلي الى ادراك معنى الترادف . يمكننا أيضاً أن نعثر على مبدأ الهوية دون استخدام مترادفات مثلما أقول ان (م هو م) : هذه الصيغة ضرورية لكن ما القاعدة اللغوية التي اتخذها أساساً للضرورة ، سوى أن أقول انها تثبت ان الشيء هو نفسه ، وهذا هو ذاته مبدأ الهوية .

(٤) لا نعترض على القول ان القضية المنطقية قضية تحليلية . نعم هي كذلك . لكن حين يقول أصحاب نظرية المواضعة ذلك ، يعنون أن القضية المنطقية صادقة بالتعريف أي أن بعض حدودها مرادف لبعضها الآخر أو جزء من معناها نلاحظ هنا أن السمة التحليلية للقضية المنطقية لا تفسر الضرورة ، أو ان هذه السمة ذاتها محتاجة إلى تفسير. القضية « كل الكواكب تدور حول الشمس » صادقة بالتعريف ، أي هكذا نفهم معنى (كوكب) لكن ليست هذه القضية قضية منطقية (٤٦) . ومن ثم لا يزال السؤال قائماً : لِمَ تكون القضية التحليلية ضرورية ؟ الجواب السريع هو أن ضرورتها ناشئة

---

(٤٦) أنظر : Kneale, op. cit., p. 133 - 8. ; أيضاً :
Mitchell, Introduction to Logic, pp. 133 - 165.

عن انها تنطوي لا على ترادف أو استخدام صحيح للكلمات، وانما على استخدام مبادىء الهوية وعدم التناقض والتضمن. وهنا لا نزال نسأل، ما الاساس الذي يجعلنا نسلم بهذه المبادىء منذ البدء؟

ب – نظرية المواضعة في تفسير يقين قوانين المنطق نظرية قاصرة إن صحت الملاحظات السابقة؛ لا يعني قصورها أننا ننكر الصلة بين قواعد اللغة وقوانين المنطق؛ لا ننكر الصلة بل نثبتها، وانما نقترح تفسيراً جديداً لتلك الصلة: هنالك صلة غير مباشرة بين قواعد اللغة وقوانين المنطق لكن الصلة مباشرة بين قوانين المنطق وعدد من التصورات الاساسية في عقل الانسان كالسلب والربط والفصل والشرط والتعدي ... الخ. اننا ندرك هذه التصورات ابتداءً حتى قبل ان نستخدم اللغة، ثم يأتي دور الألفاظ للتعبير عنها (أو إن شئنا الدقة قلنا إن استخدام اللغة ويقظة التصورات من كونها متلازمان ولا سبق لاحدهما على الآخر من حيث الزمن). حين نضع قواعد استخدامنا لالفاظ اللغة، نجد انها تتسق مع تلك التصورات الاساسية. ليست هذه أفكاراً فطرية وإنما هي استعدادات طبيعية يكشف عنها استخدامنا للغة وصياغتنا قواعدها؛ استعدادات لا نملك تغييرها بل ونفكر على هداها. يتسق هذا الاقتراح مع معطيات النسق الاستنباطي حين نبدأ العلم – أي علم – بمجموعة من افكار أولية نأخذها بلا تعريف، ثم تؤلف منها مبادىء أولية نسلم بها بلا برهان. إنها أفكار ومبادىء أكثر وضوحاً من غيرها، ونستنبط منها غيرها. نوضح موقفنا بمثال واحد كنموذج؛ تقوم قوانين عدم التناقض والتضاد والعكس والهوية ... الخ على طبيعة القضية الحملية وطريقة تركيبها. ولكن لا تقوم ضرورة قوانين القضية الحملية على قواعد المسند والمسند اليه أو قواعد المبتدأ والخبر، وانما تقوم على تصورنا الاساسي للشيء وصفاته. إن التمييز بين أي

شيء وصفاته ليس تمييزاً تجريبياً ، لا أتعلمه ولا اكتشفه وانما هو معطى لي . ينطوي تصور الثنائية بين الشيء وصفاته على تصور أن لا شيء يمكن أن يوجد من غير صفات تحمل عليه ، سواء كان هذا الشيء قلم الرصاص الذي في يدي أو كان الله ، ولا شيء يمكنني أن أدركه أو أعرفه إلا عن طريق صفاته . ومن جهة أخرى ، لا وجود لصفة في ذاتها – الصفة دائماً صفة لشيء وإلاّ لا معني للصفة . ذلك معطى أول للفكر الانساني ، هكذا يرى الانسان الاشياء من حوله ، ولا بديل له بمنظار آخر للرؤية. افرض اني قلت: « قبرص جزيرة » ، وقيل : وما الجزيرة ؟ وقلت : قطعة أرض محاطة بالماء. وقيل : وما قطعة الأرض ؟ وقلت : شيء مادي ، وقيل : وما الشيء ؟ حينئذ لا استطيع الاجابة ، ولا يستطيع أحد . إنه تصور أوّلي يدل على الفرد – أعرفه ويعرفه الجميع من تلقاء أنفسهم بلا شرح أو تعلم ، ومن ثم نصل إلى علاقة ضرورية بين الشيء وصفاته ، أو بين الموضوع ومحمولاته . ينبع من هذه الضرورة –التصور الأولي للشيء وصفاته وتصورات أخرى كالسلب والتضمن ... الخ – إدراكي المباشر لكل قوانين التقابل بين القضايا وكل قواعد الاستدلال .

الفصل الرابع عشر

منطق رسل ووايتهد (٢)

نظرية حساب القضايا

٧٦ — مقدمة :

نظرية حساب الأصناف أولي نظريات المنطق الرمزي من الناحية التاريخية، وبول واضع مبادئها؛ لكن لنظرية «حساب القضايا» Propositional Calculus سبقاً منطقياً عليها ، لأنها الأساس الذى تقوم عليه نظرية الأصناف وغيرها من نظريات ذلك المنطق ، ويرجع الفضل الى فريجه في وضع مبادئها ، وقد ساهم پيانو بجهده فيها يمثل پرنكيبيا حلقة من حلقات تطوير هذه النظرية ؛ ويسميها أصحاب پرنكپيا «حساب القضايا» أحياناً ، و« نظرية الاستنباط » أحياناً أخرى [١] ؛ وللنظرية أسماء أخرى عند مناطقة أو كتّاب آخرين مثل « نظرية دالات الصدق » Theory of truth- functions ، ونظرية تركيب القضايا » Theory of statement composition [٢] . تعنى كلمة « حساب »

(١) Principia, i, p. 90.

(٢) أنظر : Kneale, The Development of Logic, p. 525. ؛ وأيضاً : Mitchell, Introduction to Logic, p. 19

هنا الحساب المنطقي الذي يتناول القضايا بدلاً من الأعداد ، في صورة رمزية خالصة وفي صورة متغيرات وثوابت ؛ وترمز المتغيرات هنا الى قضايا لا الى حدود ، كما ترمز الثوابت الى العلاقات بـــين تلك القضايا . موضوع نظرية حساب القضايا هو الاستنباط – استنباط قضايا من أخرى بالقياس الى صورتها المنطقية فقط ، ووضع قواعد هذا الاستنباط [٣] . نلاحظ أخيراً أن القضايا المركبة – التي عرفنا معناهـــا في الفصل السابق ، وما تحوي من ثوابت ومتغيرات ومصطلح رمزي ودالات صدق – هي نقطة البدء في هذه النظرية

٧٧ – الاستنباط :

– يعرّف رسل الاستنباط بأنه العملية التي ننتقل بواسطتها من معرفة قضية – كمقدمه – الى معرفة قضية أخرى – كنتيجة ، وأن يستلزم هذا الانتقال وجود علاقة أو علاقات معينة بين المقدمات كأساس للوصول الى النتيجة ، والعلاقات المنطقية متعددة ، أكثرها أهمية علاقة التضمن ، أو ما نعبر عنها بقياس شرطي متصل . لقد كانت هذه العلاقة هي الأساسية والوحيدة في كل استنباط في المنطق التقليدي ، لكن رسل يصرح أن حساب القضايا يقدم لنا علاقات منطقية أخرى ، كما يقدم نماذج من الاستنباط غير القياس [٤] . حين نقول ان علاقة التضمن علاقة منطقية أساسية ، لا تعنـــى أن أغلب قضايا المنطق تتخذ الصورة (م تتضمن ب) ، وانمـــا تعني أن كثيراً من قوانين المنطق يمكن ردها الى هذه الصورة : إذا قلنا « اذا صدقت القضية م كذبت القضية المناقضة لها ب » ، كأننا نقول « م صادقة تتضمن لا – م كاذبة » ، واذا قلنا ان القضية الكلية السالبه تعكس الى كلية سالبة ، كأننا نقول « (لا م هو ب) تتضمن (لا ب هو م) ».

(٣) M. Black, The Nature of Mathematics, pp. 42, 48.

(٤) Russell, I. M. P., pp. 145 - 6.

٧٨ – الأفكار الاولية والتعريفات

أ – نظرية حساب القضايا أول خطوة من خطوات تطبيـــق المنطق الاستنباطي في المنطق على نحو تام، وتبدأ بوضع عدد معين من الحدودالأولية، وعدد معين آخر من التعريفات ، وعدد معين ثالث من المقدمات الأولية منذ البدء ، نستنبط منهـا قضايا أخرى نسميهـا (نظريات) theorems ، مع الاستعانة بما يسمى (قواعد الاشتقاق) أو (قواعد الاستدلال) . نبدأ بالحدود الأولية أو «الأفكار الأوليه» Primitive notions . نسميها «أولية » لأننـا نأخذها بلا تعريف ، وقد رأى أصحاب البرنكپيا أن يبدأ النسق المنطقي بفكرتين لا معرّفتين هما السلب والفصل[٥] –جعلوا هاتين الفكرتين أوّليتين، لا لأنه تسندهمـا ضرورة منطقية أو أساس قبلي ، وإنما لأنهما أكثر وضوحاً وبساطة من غيرهما من الأفكار[٦] ، وبالرغم من أن السلب والفصل أوّليان، فإنه يمكن شرحهما ، وقد شرحناهما حين تحدثنا عن الثوابت ودالات الصدق في الفصل السابق .

ب – بعد الأفكار الأولية ، تأتي «التعريفات» definitions ؛وقد أعطى أصحاب پرنكپيا تعريف الثوابت المنطقية الباقية بعد السلب والفصل ، وهي الربط والتضمن والتكافؤ ، وقد أوردناها فيما سبق[٧] . نقدم الآن هـــذه التعريفات في صورة رمزية :

تعريف الربط : « (ى . ل) = (– (– ى v – ل)) : »

$p \cdot q = -(-p \vee -q)$ ؛

---

(٥) لقد جعـــل فريجه السلب والتضمن أفكاراً لا معرفة في نسقه لحساب القضايا ، أنظر الفقرة ٥٨ ب ، ولبيانو سبع أفكار أولية ، أنظر الفقرة ٤٦ ب ؛ أنظر أيضاً :
Principia, i, p. 12.

(٦) Principia, i, p. 91.

(٧) أنظر الفقرة ٧١ .

نعريف التضمن: ق ⊃ ل = − (ق . − ل) ، : p ⊃ q = − (p . − q) أو ، ق ⊃ ل = − ق v ل ، : p ⊃ q = − p v q ؛

تعريف التكافؤ : ق ≡ ل = [(ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)] : [(p ⊃ q) . (q ⊃ p)] = p ≡ q [٨] .

نلاحظ أن اصحاب البرنكبيا يميزون بين ما يسمونه (التضمن المادي) material implication وما يسمونه (التضمن الصوري) formal implication والتضمن المادي هو التضمن السابق ذكره آنفاً ، وسوف يرد ذكر التضمن الصوري فيما بعد .

حـ – التقى رسل عام ١٩١٤ في جامعة هارفارد بشفر sheffer الذي اقترح عليه إمكان ردّ الفكرتين اللامعرفتين في نسق برنكبيا إلى فكرة واحدة أولية يمكننا بواسطتها تعريف السلب والفصل وسائر الثوابت ، هي فكرة عدم الاتساق incompatibility ورمزها «/» وتتخذ دالة الصدق التي تحويها « ق/ل » p/q ونقرؤها « ق غير متسقة مع ل » ؛ تصدق هـذه الدالة إذا كذبت احدى القضيتين أو كلاهما ، وتكذب إذا صدقتا معاً ، قاعدة هذه الدالة – بعبارة اخرى – هي ألا تصدق القضيتان معاً وانه يجب أن تكون احداهما على الأقل كاذبة . لقد اقتنع رسل بوجاهة التعديل وأشار على شفر باعادة كتابة برنكبيا في ضوء التعديل ، لكن شفر لم يفعل ؛ وفعل رسل في كتبه التالية . لقد رد رسل نفسه دالات الصدق الاربعة الاساسية إلى دالة عدم الاتساق كما يلي :

(١) ق/ق : (p/p) : تعني أن القضية ق غير متسقة مع ذاتها ومن ثم كاذبة ، وتلك هي الصورة الجديدة لدالة التناقض « – ق » .

(٨) Principia, i, pp. 8 - 9.

(٢) ﻫ / (ل/ل) : p / (q/q) : تعني أن ﻫ لا تتسق مع كذب ل ، ومن ثم تصبح الصورة الجديدة لدالة التضمن ﻫ ⊃ ل .

(٣) (ﻫ/ﻫ) / (ل/ل) : (p/p) / (q/q) : وتعني عدم اتساق كذب القضيتين ﻫ و ل ، أى إذا كذبت احداهما وجب أن تصدق الاخرى (على افتراض أن الدالة صادقة) ، وتلك صورة دالة الفصل ﻫ v ل .

(٤) (ﻫ/ل) / (ﻫ/ل) : (p/q) / (p/q) : وتعني أن عدم اتساق ﻫ ، ل غير متسق ، أى أن من الكذب أن يكونا غير متسقين ، أى انه يجب أن تصدقا معاً (على افتراض ان الدالة صادقة) ، وتلك صورة دالة الربط ﻫ.ل [٩] .

٧٩ – القضايا الأولية :

أ – بعد الأفكار الأوليه والتعريفات ، تأتي القضايا الأولية primitive propositions . « يجب افتراض بعض قضايا بلا برهان ، حيث يبدأ كل استدلال من قضايا سبق لنا تقريرها ... تسمى هذه القضايا « القضايا الأولية » [١٠] . نسلم بها ، وهي مبادىء النسق أو مصادراته (ولا نميز الآن بين مبدأ axiom ومصادرة postulate بعد أن اتضح معنى النسق الاستنباطي في الهندسة) : هذه القضايا الأولية أو المصادرات هي مقدماتنا لاستنباط قضايا أخرى أو ما نسميها نظريات النسق . ان القضايا الأولية – كالافكار الاولية – أمر اختيار ، لا تسنده ضرورة منطقية ؛ يمكن لنسق آخر اقامة مصادرات مختلفة ؛ ويجب أن تتوافر فقط في المصادرات عند أصحاب البرنكيبيا ما يلي : ان تكون قليلة العدد ما

---

(٩) أنظر : Principia, i, pp. xvi - xvii أيضا :
I. M. P., p. 148 ; Logic and Knowledge, P. L. A', pp. 210 - 11.
(١٠) Principia, i, p. 12.

أمكن ، وان تكون خالية من التناقض فيا بينها ، وألا تتناقض مع مـا يشتق منها من نظريات ، وأن تكون كل منها مستقلة عن الاحرى بمعنى ألا تشتق احداها من أخرى ، وان تكون المجموعة كافية adequate لإمكان اشتقاق قضايا صادقة منها [١١] .

ب - نلاحظ أن عدد القضايا الأولية في پرنكپيا لم يكن ثابتـاً ، إذ نجدها سبعة في مقدمة الطبعة الأولى ، واحدى عشر قضية في داخل الكتاب في الجزء الاول [١٢] بينما نجدها خمسة في كتاب **مقدمة للفلسفة الرياضية** (١٩١٩) ، ويبدو أن التعديل الاخير جاء بعدما اكتشف رسل أن المجموعتين السابقتين للمصادرات في پرنكپيا اضافت الى نسق حساب القضايا بعض القضايا الاولية لحساب دالات القضايا . نورد المصادرات الخمسة فيما يلي :

(١) (ى v ى) ⊃ ى : $p \vee p \supset p$ إذا كانت ى صادقة أو ى صادقة فان ى صادقة ؛ وتسمى هذه القضية الاولية « مبدأ تحصيل الحاصل » Principle of tautology

(٢) ل ⊃ (ى v ل) ($p \vee q \supset q$ إذا كانت ل صادقة فان القضية المركبة (ى صادقة أو ل صادقة) تكون صادقة ؛ أي تصدق دالة الفصل حين تصدق إحدى القضايا المؤلفة لها ؛ وتسمى « مبدأ الجمع » Principle of addition .

(٣) (ى v ل) ⊃ (ل v ى) : $(q \vee p) \supset (p \vee q)$: وتسمى « قانون تبادل المواضع للجمع المنطقي بين القضايا » Permutative law for logical addition .

---

(١١) Ibid., pp. 12 - 13.

(١٢) Ibid., pp. 12 - 3, 94 - 7.

(٤) [(ن v ل) v م] ⊃ [(ن v م) v ل] :

$[q \vee (p \vee r)] \supset [p \vee (q \vee r)]$ ، وتسمى « قانون الترابط للجمع المنطقي » Associative law for logical addition

(٥) (ل ⊃ م) ⊃ [(ن v ل) ⊃ (ن ⊃ م)]

$[(p \vee r) \supset (p \vee q)] \supset (r \supset q)$ ، وهو « مبدأ الاضافة » Principle of Summation [١٣] .

نلاحظ ان قوانين الفكر الثلاثـــة الاساسية في المنطق التقليدي سوف تستنبط من تلك المصادرات .

٨٠ – قضايا أخرى هامة :

بعد الافكار الاولية والتعريفات والقضايا الاولية في حساب القضايا ، يقيم أصحاب البرنكپيا نظريات منطقية مستنبطة من تلك البدايات، مع الاستعانة بقواعد الاستدلال ؛ وقبل أن يقدموا ذلك ، يقيمون عدة انواع من القضايا نختار منها ما يلي :

أ – « قضايا بسيطة » يقول عنها پرنكپيا أنها « خصائص اساسية بالغة الاهمية لقضايا تبدو في الاستدلالات » ، نجتزىء منها ما يلي :

(١) قانون الثالث المرفوع ، وصيغته (ن v – ن) ، ونقرؤها ؛ اما ان تكون القضية ن صادقة أو كاذبة .

(٢) قانون عدم التناقض ، وصيغة « – (ن . – ن) : $(p \cdot -p)$ – : – من التناقض أن تكون القضية ن صادقة وكاذبة معاً .

(٣) قانون السلب المزدوج وصيغته « ن ≡ – (– ن) » :

---

(١٣) Ibid., pp. 12 - 4, 96 - 7. ، أنظر أيضاً : I. M. P., p. 150. ، قارن مصادرات نسق حساب القضايا عند فريجه في الفقرة ٥٩ د .

$-(-p) \equiv p$: صدق القضية ق يكافيء تقرير أن من الكذب أن تكون ق كاذبة .

(٤) « مبدأ نفي المقدّم » ؟ Principle of transposition [١٤]، ويعني انه إذا كانت ق تتضمن ل فان لا–ل تتضمن لا–ق ؛ وللمبدأ صور عديدة يذكر برنكيبا ثلاثة منها :

(أ) (ق ⊃ ل) ≡ (– ل ⊃ – ق)

(ب) (ق ≡ ل) ≡ (– ق ≡ – ل)

(ح) [(ق . ل) ⊃ م] ≡ [(ق . – م) ⊃ – ل]

(٥) قانون تحصيل الحاصل [١٥]، وله صورتان :

(أ) ق ≡ (ق . ق)

(ب) ق ≡ (ق V ق) . نلاحظ أن هذا القانون ونتائجه يميز جبر المنطق من الجبر العددي [١٦] .

(٦) قـــانون الامتصاص law of absorption : (ق ⊃ ل ≡ [ق ≡ (ق.ل)] ؛ يسمى بالامتصاص لأنه إذا كانت ق تتضمن ل فان ق تمتص ل عند الربط [١٧] .

---

(١٤) وجدنا صعوبة في ترجمة هذه العبارة الواردة في برنكبيا ترجمة دقيقة ، عبارة « تبادل المواضع » هي الترجمة الحرفية لكنها لا تدل على معنى المبدأ . « نفي المقدم » ترجمة مستوحاة من شرح برنكبيا بحيث يتسق مع المصطلح المستخدم في المنطق التقليدي للدلالة على القياس الشرطي المتصل من صورة نفي المقدم (حالة الرفع) . إننا نقبل هذه الترجمة بتردد ، لأن بعض القضايا المشتقة من المبدأ لا تتخذ صورة نفي المقدم ، وإنما تتخذ أيضاً صيغة عكس النقيض .

(١٥) يميز برنكبيا بين مبدأ تحصيل الحاصل وقانون تحصيل الحاصل: الثاني أخصّ من الأول.

(١٦) قارن بول : أنظر الفقرات : ٢٧ د ، ٢٧ و ، ٣٥ .

(١٧) أنظر : Principia, i, pp. 13 - 4.

ب – قضايا يسميها أصحاب البرنكيبيا « نتائج مباشرة للقضايا الأولية » ويبرهنون عليها ، نذكر منها ما يلي :

(١) مبـــدأ التبسيط Principle of simplification ، وصيغته ل ⊃ (ق ⊃ ل)

(٢) مبدأ نفي المقدم (؟) ويتخذ الصور التالية :

(أ) (ق ⊃ – ل) ⊃ (ل ⊃ – ق)

(ب) [(– ق) ⊃ ل] ⊃ [(– ل) ⊃ ق]

(حـ) (– ل ⊃ – ق) ⊃ (ق ⊃ ل)

(٣) مبدأ تبادل المواضع Commutative principle وصيغته :

[ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [ل ⊃ (ق ⊃ م)]

(٤) مبدأ القياس ، وله صور عديدة منها :

(أ) (ل ⊃ م) ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)]

(ب) (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ م)]

ويقول أصحاب البرنكبيا ان هاتين الصورتين مصدر الضرب الأول من الشكل الأول في القياس التقليدي .

(٥) (مبدأ الهوية) ، وصيغته : ق ⊃ ق ، وتعني أن أي قضية تتضمن ذاتها .

(٦) (برهان الخلف) Principle of the reductio absurdum ، وصيغته : [ق ⊃ (– ق)] ⊃ – ق ، وتعني انه اذا تضمن صدق قضية كذبها ، فهي كاذبة [٩٨] .

حـ – قضايا مشتقة من دالة الربط ، وهي موضوع برهان في برنكيبيا نذكر منها :

---

(٩٨) Ibid., pp. 98 - 100.

(١) ق ⊃ [ل ⊃ (ق . ل)]

(٢) (ق . ل) ⊃ ق

(٣) (ق . ل) ⊃ ل

ى – قضايا مشتقة من دالة التكافؤ ، وهي موضوع برهان أيضاً ، نذكر منها :

(١) (ق ≡ ل) ≡ (ل ≡ ق)

(٢) [(ق ≡ ل) . (ل ≡ م)] ⊃ (ق ≡ م)

(٣) (ق . ل) ≡ (ل . ق) ، وتسمى هذه الصيغة « قانون تبادل المواضع للضرب المنطقي » Commutative law for the product of prop.

(٤) (ق V ل) ≡ (ل V ق) ، وهو قانون تبادل المواضع للجمع بين القضايا .

(٥) [ق . (ل . م)] ≡ [ق . (ل . م)] ، وهو « قانون الترابط للضرب بين القضايا » .

(٦) [(ق V ل) V م] ≡ [ق V (ل V م)] ، وهو « قانون الترابط للجمع بين القضايا »[١٩].

(٧) « قانون التوزيع » the distributive law ، وله صورتان :

(أ) ق . (ل V م) ≡ (ق . ل) V (ق . م)

(ب) ق V (ل . م) ≡ [(ق V ل) . (ق V م)][٢٠]

٨١ – قواعد الاستدلال :

أ – يضع پرنكپيا قاعدتين لاستدلال قضايا (أو نظريات) من القضايا الأولية ، وهما قاعدة التعويض substitution ، وقاعدة اثبات التالي modus ponens أو detachment (١) تقوم قاعدة التعويض على استبدال

(١٩) Ibid., p. 110.

(٢٠) Ibid., p. 116.

صيغة رمزية بصيغة أخرى تساويها في قيمة الصدق ، ومن ثم نحصل على صياغة للصورة الاولى تمكننا من استنباط قضايا أخرى . خذ مثالاً : إذا كانت صيغة قانون الثالث المرفوع هي (ق V – ق) ، أمكننا أن نعوض عن ق بالصيغة ق V – ق ، ومن ثم نحصل على الصيغــــة الجديدة (ق V – ق) V – (ق V – ق) . مثال آخر : إذا كانت صيغة مبدأ الهوية ق ⊃ ق ، فانه اذا عوضنا عـــن ق بالصيغة ق V ل ، وصلنـــا إلى مبدأ آخر هو ق V ل ⊃ ق V ل . (٢) قاعدة اثبات التالي ، ويسميها بعض المناطقة « مبدأ القياس » [٢١] ، وصيغته .

[(ق ⊃ ل) . ق] ⊃ ل .

ب – نلاحظ أن القضايا الأولية والقضايا المستنتجة منها جميعا سميت بعد برنكيپيا (تحصيلات حاصل) tautologies أو قضايا تحليلية ، وهي الصيغ الرمزية التي تتألف من متغيرات وثوابت فقط ، وتكون صادقة دائماً صدقـاً منطقياً في كل قيم المتغيرات ، وكان الغرض من نظرية حساب القضايا تحديـد تلك الصيـغ ، ينتقل اصحاب البرنكيپيا – بعد وضع اللامعرفات والتعريفات والقضايا الأولية وما يلزم عنها - الى اشتقاق نظريات منطقية أو صيغ صادقة صدقاً منطقياً . نكتفي بما قلنـــاه في حساب القضايا دون ذكر هذه النظريات [٢٢] ، حيث ان غرضنا الأساسي هنا هو الإشارة الى أصول أي نظرية من نظريات المنطق الرمزي لاذكر التفاصيل بتمامها .

٨٢ – حساب القضايا بعد برنكبيا

أ – يسمى حساب القضايا في برنكيبيا كما كان الحـــال عند فريجه – كما

---

(٢١) M. Black, The Nature of Mathematics, pp. 45 - 6.

(٢٢) تجد أمثلة لبعض هذه النظريات والبرهان عليها في :
زكي نجيب محمود : المنطق الوضعي : جـ ٢ ، ص ١٢٣ – ١٢٥ .
محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، ص ١٤١ – ١٤٢ .

أشرنا – إلى إقامة صيغ تحليلية أو تحصيلات حاصل، وأن كل القضايا المشتقة مباشرةً من القضايا الأولية في نسق الحساب إنما هي من هذا النوع من الصيغ حين استنبط أصحاب البرنكبيا نظريات حساب القضايا، فعلوا ذلك على نموذج البرهان الهندسي؛ وتصبح هذه النظريات هي الأخرى صيغاً تحليلية أو تحصيلات حاصل. لكن أمكن لبعض المناطقة أن يبتكروا طريقة أخرى – غير البرهان الهندسي – للبرهان على أن صيغة ماصيغة تحليلية بالمعنى السابق، نعني طريقة «قوائم الصدق» truth - tables، وهي طريقة تتوصل إلى القضايا المنطقية الصادقة دائماً دون حاجة إلى اشتقاق من مبادىء أو قضايا أولية. ويرجع الفضل في ابتكار هذه الطريقة الى ڤتجنشتين وبوست E. L. Post عام ١٩٢٠، وتوصل إليها كل منهما مستقلاً عن الآخر، كما توصل إليهما أيضاً لوكاشيڤتش في نفس الوقت تقريباً مستقلاً عنهما (٢٣). كان الغرض من هذه القوائم إعطاء معنى محدد للثوابت المنطقية حين تربط بين قضايا، وهو نفس المعنى الذي وضع أصوله فريجه واصحاب البرنكبيا. خذ أولاً مثلاً لقائمة صدق، حتى يصبح شرحنا لها من بعد سهلاً، وهو دالة صدق تعبر عن قياس شرطي متصل في صورة نفى المقدم (حالة الرفع):

[(ق ⊃ ل) (− ل)] ⊃ (− ق)

ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص

---

(٢٣) أنظر: Wittgenstein, Tractatus, 4. 31, 4. 442, 5. 101.؛ وأيضاً:
Post, Introduction to a General Theory of Elementary Propositions », in The American Journal of Mathematics, xliii, 1921.
وأيضاً: Kneale, The Development of Logic, p. 532.

نلاحظ على قائمة الصدق السابقة ما يلي : (١) لدينا متغيران ق ، ل يرمز كل منهما الى قضية لا الى حد ، وخمس ثوابت : تضمنّان ، ربط ، سالبان . الدالة الأولى - وهي دالة تضمن - مرتبطة مع الدالة الثانية - وهي دالة سلب - بثابت الربط ؛ وارتبطت الدالتان السابقتان مع الدالة الثالثة-وهي دالة السلب الاخيرة - بثابت التضمن . ويدل القوس الصغير على دالة صدق واحدة ، ولدينا من هذه الأقواس ثلاثه،ويدل القوس الكبير -وهو هنا قوس واحد - على دالة صدق مركبة. (٢) لكل قضية قيمتا صدق:صدق و كذب، ومن ثم فان بدالة الصدق التي بها قضيتان أربع قيم للصدق؛ ونرتب قيم الصدق في دالة ذات متغيرين هكذا :

صادق - صادق

صادق - كاذب

كاذب - صادق

كاذب - كاذب .

وقد رمزنا للصادق بالحرف (ص) ، وللكاذب بالحرف (ك) (ويرمز لهما في الانجليزية بالحرفين T , F وفي الفرنسية بالحرفين V , F على التوالي . (٣) نعطي أولاً قيمة صدق الدالة الأولى (ق ⊃ ل) على اساس تعريفنا للتضمن ونعطي ثانياً قيمة صدق الدالة الثانية (- ل) على أساس تعريفنا للسلب ، ثم نعطي ثالثاً قيمة صدق الدالة المركبة منهاعلى أساس تعريفنا الربط،ونعطي رابعاً قيمة صدق الدالة الأخيرة (-- ق) ، ثم نعطي أخيراً قيمة صدق الدالة المركبة مع الدالة لأخيرة علىأساس أن بينهما تضمنا . (٤) يرجع هذا الترتيب في استخراج قائمة صدق الدالات في مثالنا الى أن الثابت الرئيسي main constant هو التضمن الثاني والثابت المنطقي الرئيسي هو ما له أوسع المجالات، وهو ما لا يمكن اجراؤه إلا في نهاية الأمر ، ويمكن مقارنة الثابت الرئيسي في دالة ما بالفعل الرئيسي في قضية مركبة ، وتساعدنا الأقواس الكبيرة على

إدراك الثابت الرئيسي ، ومن ثم يجب فك الأقواس الصغيرة قبل الكبيرة (٥) ترشدنا قائمة الصدق التي استخرجناها إلى التمييز بين الصيغ التحليلية أو الصادقة دائماً ، والصيغ المتناقضة أو الكاذبة دائماً ؛ والصيغ الحادثة contingent formulae التي تحتمل الصدق أو الكذب ؛ وتكون الصيغة صادقة دائماً، إذا كانت نتيجة القوائم (ص) في كل قيم الثابت الرئيسي، وتكون الصيغة متناقضة أو كاذبة دائماً إذا كانت نتيجة القوائم هي (ك) في كل قيم الثابت الرئيسي ، وتكون الصيغة حادثة أي صادقة أحياناً إذا كانت نتيجة بعض القوائم (ص) ونتيجة بعضها الآخر (ك) تحت الثابت الرئيسي . فإذا نظرنا إلى المثال السابق وجدنا أنه يدل على صيغة تحليلية صادقة دائماً .

ب – نلاحظ أن فيلون الميغاري عرف إحتمالات الصدق والكذب لصيغة التضمن فقط ، وأن فريجه عرف الإحتمالات الأربعة لصيغة ذات متغيرين تحوي ثابت التضمن والثوابت الأخرى ، وأن أصحاب البرنكبيا لم يستخدما هذه الإحتمالات في الكشف عن الصيغ التحليلية وإنما كشفوا عن هذه الصيغ بسلسلة برهانية محكمة على نموذج الهندسة ؛ فلما جاء فتجنشتين وبوست خطوا خطوة أكثر تطوراً باثبات الصيغ التحليلية – في نسق برنكبيا وأي نسق آخر – لا باشتقاقها من لا معرفات وتعريفات ومصادرات ، وإنما بطريق قوائم الصدق . نلاحظ أن رسل استخدم في عام ١٩١٨ « قوائم الصدق » دون إستخدام هذا التعبير ، حين أراد إعادة شرح دالات الصدق ، وضرب مثلاً بدالة الفصل ، كتب قائمة صدقها على النحو التالي :

« ص ص ص ك ك ص ك ك

ص ص ص ك »

وقال إن السطر الثاني يحدد قيم صدق دالة الفصل ؛ قد يكون رسل

وصل اليها بنفسه ، وقد يكون فتجنشتين وصل اليها مبكراً عام ١٩١٢ أو ١٩١٣ حين كان طالباً في كمبردج وأخذها رسل عنه وقتئذ (٢٤) .

حـ - لم يقتصر تطوير المنطق بعد برنكبيا على قوائم الصدق ، بل تعدى ذلك إلى مناقشة نسقه المنطقي كله . لقد أشرنا من قبل إلى التعديل الذي اقترحه شفر في ابتكار فكرة واحدة أولية تردّ إليها الفكرتان الأوليتان في برنكبيا ؛ نشير الآن إلى أن نيكود Nicod اقترح عام ١٩١٧ رد المصادرات الخمسة في برنكبيا إلى مصادرة واحدة تقوم على فكرة شفر . ومن جهـة أخرى ، أبان برنيز Bernays عام ١٩٢٦ أن المصادرة الرابعـة في برنكبيا لغو إذ يمكن اشتقاقها من المصادرات الأربعة الأحرى . لكن كان قد سبق لبعض المناطقة منذ ١٩٢٠ أن عكفوا على مقارنة أنساق فريجه ورسل ووايتهد والخروج منها بنسق جديد - ومن هؤلاء لوكاشيفتش ، لكن حين فعـل هذا ، كان لا يزال نسق برنكبيا يستمتـع بجاذبيته لبساطته أكثر من نسق لوكاشيفتش . نلاحظ أخيراً أن نسقاً جديداً من المصادرات لحساب القضايا ظهر عام ١٩٣٤ على أيدي هلبرت وبرنيز ، أكثر طولاً من الأنساق السابقة ومن ثم أقل بساطة ، لكنه أصبح أكثر ثراء (٢٥) .

---

(٢٤) أنظر : Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 207 - 11.

(٢٥) تجد بعض تفصيل لنسق هلبرت وزميله في كتاب :
Kneale, op. cit., pp. 526 - 7.

الفصل الخامس عشر

منطق رسل ووايتهد (٣)

نظرية دالة القضية

٨٣ - مقدمة :

يشمل المنطق الرمزي نظريات أربعة : حساب القضايا ، حساب المحمول Predicate Calculus ، حساب الاصناف ، حساب العلاقات . للنظرية الاولى سبقها المنطقي وان تأخرت صياغتها في الزمن ، إذ انتظرت فريجــه ليضع أصولها ؛ لها السبق المنطقي بمعنى (١) أن موضوعها وضع قواعد الاستنباط وهو لازم للنظريات الثلاثة الاخرى ، (٢) بالرغم من أن لكل من النظريات الثلاثة الأخرى نسقها الاستنباطي المستقل من لا معرفات وتعريفات ومصادرات وبالرغم من أن لكل منها مصطلحها الرمزي المستقل ، فانها جميعاً تستخدم جزءاً كبيراً من النسق الاستنباطي لنظرية حساب القضايا وقوانينه ، كمقدمات. نلاحظ من جهة أخرى أن حساب القضايا يتناول القضية ككل ، دون تمييز بين حدودها كما انه لا يتناول (السور) في القضية ، أي ما يدل على كم موضوعها ؛ بينما تسد نظرية حساب المحمول هذين النقصين اذ تضع تحليلاً جديداً لعناصر القضية ومن ثم تلقي ضوءاً على أنواع من القضية غير القضية الحملية ، كما تضع تحليلاً

جديداً لسور القضية، ويفسح مصطلحها الرمزي مجالاً لتلك العناصر والأسوار. يرجع الفضل إلى فريجة أيضاً في وضع أصول هذه النظرية ، وان كان پيرس قد عرف بعض أفكارها متفرقات ومرتبطة بمنطق جبر الاصناف ، غير أنه لم يقمها نظرية مكتملة في حساب منطقي مستقل عن جبر الاصناف .نلاحظ أن رسل واصحاب البرنكپيا حين كانوا يتحدثون عن نظريات المنطق الرمزي كانوا يذكرون ثلاثة: حساب القضايا وحساب الأصناف وحساب العلاقات[١] لكنهما طوّرا في واقع الأمر نظرية حساب المحمول تحت عنوان آخر هو « نظرية المتغيرات الظاهرية » Theory of Apparent Variables [٢] . لن نتناول هنا بتفصيل هذه النظرية في پرنكپيا ، لأنها تقوم على نموذج حساب القضايا ، وقد ذكرنا طرفاً من النظرية الأخيرة في الفصل السابق ، وانما نكتفي بشرح مفصل للفكرة الاساسية التي تقوم عليها نظرية حساب المحمول، وهي فكرة « دالة القضية » Propositional Function .

٨٤ ـ تعريف دالة القضية :

سبق لفريجه أن أدخل فكرة الدالة والحجة في المنطق كأساس لوضع أصول نظرية حساب المحمول [٣] ؛ ولقد سبق لبيانو أن عرف دالة القضية وبحثها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادىء منطقية . يقال أن رسل عرف

---

(١) Russell, Principles of Mathematics, p. 11.
وأيضاً : Principia, i, p. 88.

(٢) Princip es, chs. 7, 8. ، وأيضاً : Principia, i, pp. 127 - 186. ، لنظرية المتغيرات الظاهرية أو حساب المحمول أسماء أخرى مثل « حساب دالات القضايا » Functional Calculus of Propositions ، أو « منطق التسوير » Quantificational Logic ، أنظر :
A. N. Prior, Formal Logic, p. 73.

(٣) أنظر الفقرة ٥٦ .

دالة القضية أولاً من بيانو واستفاد بمواقفه حين كتب **مبادىء الرياضيات** ، لكنه طوّر الفكرة كما طور مبادىء حساب المحمول اكثر مما فعل فريجـــه وبيانو . يعرّف رسل دالة القضية بأنها « تعبير يحوي عنصراً أو أكثر غير محدد ، بحيث حين نعطي قيمة لهذه العناصر يصبح التعبير قضية ؛ دالةالقضية – بعبارة أخرى – دالة قيمتهـــا قضية »[٤] . « هـ إنسان » دالة قضية لا قضية ، ولا معني لها بمفردها وليست صادقه ولا كاذبة ؛ لكنها تكتسب معنى وتحتمل الصدق والكذب حين نعطي قيمة للمتغير : « سقراط انسان » قضية صادقة ، بينما « هرم خوفو انسان » قضية كاذبة . خذ أمثلة أخرى لدالات القضايا : كل قوانين الجبر دالات قضايا مثل « (ٲ + ب) ٢ = ٲ٢ + ٢ ٲ ب + ب٢ » ، والصيغ الرمزية للتصنيف الرباعي للقضية الحملية في المنطق التقليدي مثل « كل ٲ هو ب » ، « لا ٲ هو ب »... الخ دالات قضايا. لكن يجب ألا نخلط بين دالة القضية ودالة الصدق: الثانية صورة رمزية للقضية المركبة التي تحوي ثابتاً منطقياً ، بينما دالة القضية صورة رمزية لأي قضية بسيطة أو مركبة ، ومن ثم دالة القضية أعم من دالة الصدق وأشمل ، بحيث يمكن اعتبار كل دالات الصدق دالات قضايا ، لكن ليست كل دالة قضية دالة صدق .

٨٥ – مجال قيم الدالة :

لكي نحيل أي دالة قضية إلى قضية ، يجب اعطاء المتغير فيها قيمـــة ؛ ويسمى أصحاب البرنكيبيا كل القيم الممكنة للمتغير في دالة ما « مجـــال قيم الدالة range of values of a function ،ويرون أن لقيم الدالة ثلاث حالات: (١) أن تكون القضية « صادقة دائماً » always true أي صادقة في كل قيم متغيراتها ؛ أو (٢) أن تكون القضية « صادقة احياناً » sometimes true

(٤) I. M. P., pp. 155 - 6.

أي صادقة في بعض قيم متغيراتها ، أو صادقة في قيمة واحدة على الأقل من قيم متغيراتها ؛ أو (٣) ان تكون القضية « كاذبة دائماً » أي كاذبة في كل قيم متغيراتها (٥). ويستنبط رسل من هذه النقطة نقطة أخرى تتعلق بالقضايا الموجهة في المنطق التقليدي ، لقد صنف هـذا المنطق القضايا الموجهـة modal Propositions إلى ثلاثة انواع : قضية ضرورية وقضية ممكنة وقضية مستحيلة ، لكن رسل رأى أن هذا التصنيف فاسد لاننا لا نقول عن القضية انها ضرورية أو ممكنة أو مستحيلة ، وانما نقول فقط انها صادقة أو كاذبة ؛ إن الضرورة والامكان والاستحالة — عند رسل — خصائص لدالة القضية ، لا للقضية . ولقد ربط بين هذه النقطة والسابقة بقوله ان دالة القضية الصادقة دائماً دالة ضرورية ، وان دالة القضية الصادقة احياناً دالة ممكنة ، وان دالة القضية الكاذبة دالة مستحيلة (٦) .

٨٦ — المصطلح الرمزي لحساب الدالات

أ — يضع أصحاب البرنكپيا ثلاثـة أنواع من الرموز لحساب دالات القضايا : (١) رموز للمتغيرات الفردية individual Variables ، وترمز إلى أسماء الأعـلام أو الأفراد ، وهي الحروف : x ، y ، z ، ونستبدل بهـا في العربية الحروف هـ ، و ، ي على التوالي ، (٢) رموز للدالات predicate variables ، وترمز إلى المحمولات ، وهي الحروف اليونانية الـتي تقابل الحروف الإنجليزية F ، G ، H ، J .. الخ ، ونستبدل بهـا هنا في العربية الحروف د ، ذ ، ر ، ز على التوالي ، (٣) رمزان يشير أحدهما إلى السور « كل » ويسمى « السور الكلي » universal quantifier ، ويشير الثاني إلى « بعض » ويسمى « السور الوجودي » existential quantifier

(٥) Principia, i, p. 15.

(٦) I. M. P., p. 165 ; Logic and Knowledge, P. L. A., p. 231.

يستخدمون الرمز (×) ليدل على السور الكلي ، ونستخدم هنا الحرف ك ، والرمز (× Ǝ) ليدل على السور الوجودي ، ونستخدم هنا الحرف حـ [٧] . افرض ان لدينا قضية شخصية مثل (سقراط فيلسوف) ، وأردنا كتابتها وفق المصطلح الرمزي لحساب الدالات،فاننا نضع رمز المحمول قبل رمز الموضوع، وتصبح الصيغة (ى ﻫ) (F ×) ؛تصبح القضية (سقراط فقير) « ذ ﻫ » (g ×) ، (أفلاطون فيلسوف) « ى و » (F y) ، وهكذا.نقرأ السور الكلي ك (×) « في كل قيم ﻫ ... » ، ونقرأ السور الوجودي حـ (× Ǝ) « يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون ... » .

ب - يبدأ حساب الدالات بفكرتين أوليتين هما«صادق دائما»،أو«صادق في كل الحالات»؛ «صادق احيانا» أو «صادق في بعض الحالات»؛ ومن الواضح أننا نعبر عنهما بالكلمتين كل ، بعض . اننا نبدأ بهاتين الفكرتين بلا تعريف ؛ ثم نستخدمها في تعريف الأفكار الأخرى : الأفكار المأخودة من حساب القضايا - وهي السلب والفصل والربط والتضمن والتكافؤ ؛ ونسوق الآن مثلاً واحداً على تعريفات البرنكبيا في هذا الحساب - تعريف الدالة السالبة :

$$- (ك) (ى ﻫ) = (حـ) (- ى ﻫ) :$$

$$- (\times) (F \times) = (\exists \times) (- F \times)$$ [٨]

تعنى الصيغة الأولى على يمين علامه المساواة ان «من الكذب ان نقول عن كل قيم ﻫ ، أن ﻫ توصف بالصفة ى » ، وتعنى الصيغة الثانية - وهو التعريف - « يوجد شيء واحد على الأقل ﻫ مما لا يتصف بالصفة ى » وهما متكافئتان . أما مصادرات حساب الدالات وقضاياها فهي نفس مصادرات

(٧) لقد أصاب تارسكى حين استخدم الحرف A بدلاً من (X) للرمز إلى السور الكلي ، لكي يميزه من رمز المتغير الفردي ، أنظر :

Tarski, Introduction to Logic, p. 10.

(٨) Principia, i, pp. 15 - 16, 127. ff.

حساب الدالات وقضاياهـــا فهي نفس مصادرات وتحصيلات حاصل حساب القضايا صيغت في المصطلح الجديد:أي نستبدل الرمز « ى هـ » F × بالرمز ق (P) ، والرمز « ذ هـ » (g ×) بالرمز ل (q) ، وهكذا .

٨٧ – دالة القضية والقضية الحملية :

أ – نتحدث في هذه الفقرة عن موقف رسل من القضية الحملية . لقد صنف المنطق التقليدي القضية الحملية تصنيفاً رباعياً إلى قضية كلية موجبة وكلية سالبة وجزئية موجبة وجزئية سالبة ، ورأى ان القضية الكلية من بين القضايا الحملية ، وانها تنطوي على تقرير وجود واقعي لافراد موضوعها ، وأن التصنيف الرباعي السابق يمثل أبسط أنواع القضايا . وقد أشرنا من قبل حكم فريجه على هذا التصنيف بالفساد ، وقلنا أيضاً انه أدرك أن القضيةالكلية ليست حملية وانها في الحقيقة شرطية متصلة [٩] . لم يعلق رسل بشيء – فيما نعلم – على موقف فريجه من فساد التمييز التقليدي بين الأنواع الأربعة السابق ذكرها للقضية الحملية ، لكن رسل عرف مؤخراً أن القضية الكلية ليست حملية ، وانها تنطوي على علاقة بين محمولات ، وانها في حقيقتها شرطيةمتصلة وانها لا تقرر وجوداً واقعياً . وقد أضاف رسل الى النقط السابقة – التي سبقه اليها فريجه وبيانو وبيرس وبرادلي – أن التصنيف الرباعي التقليـــدي للقضية الحملية لا يعبر عن أبسط صور القضايا ، وانما تنحل هذه الصور إلىما هو أبسط منها ، ووضح ذلك في سياق دالة القضية ، نشرحه فيما يـــلي : (كل أ هو ب) دالة قضية مركبة من دالتي قضية بسيطتين ترتبطان باداة الشرط ، إنها تعني انه « اذا كان هـ هو أ فإن هـ هو ب » ، أو « في كلالقيم الممكنة لـ هـ ، إذا كان هـ يتصف بالصفة أ ، فانه يتصف أيضا بالصفة ب » ، ومن ثم لم يعد لدينا قضية حملية وانما علاقة بين دالتين من دالات القضايا ، وتصبح كل منهما قضية حملية حين نعطي المتغير قيمة [١٠] . ويمكن التعبير

(٩) أنظر الفقرات ٥٠ د ، ٥٠ هـ ، ٥٣ .

(١٠) Russell, My Philosophical Development, p. 66.

عن القضية الكلية الموجبة في صورة رمزية كما يلي :

« (ك) (د هـ ⊃ ذ هـ) » (×) (F × ⊃ g ×) . ومـا دامت القضية الكلية الموجبة تتخذ صورة التضمن فهي شرطية متصلة ، ومن ثم لا تقرر وجوداً واقعياً ؛ نلاحظ أيضاً على الكلية الموجبة انه ما دامت تحوى السور الكلي فان صيغتها الرمزية السابقة صادقة دائماً ، ويسمى رسل وأصحاب البرنكبيا هذه الصورة للتضمن « التضمن الصوري » ، في مقابل « التضمن المادي » الذي تعبر عنه الصيغة (ق ⊃ ل) . خذ مثالاً على القضية الكلية الموجبة طبقاً للموقف الجديد : « كل انسان فان » اصبحت تعني انه « إذا كان يوجد فرد ما مما يكون انساناً فهو إذن فانٍ » ، وقد سبق لفريجـه وغيره من المناطقة المحدثين أن قدموا هذه الصياغة .

ب – ننتقل إلى صياغة رسل للصور الثلاثة الأخرى من القضية الحملية التقليدية . نترجم القضية الكلية السالبة (لا ﺃ هو ب) أو « لا انسان خالد » إلى الصيغة « (ك) (د هـ ⊃ – ذ هـ) » (×) (f × ⊃ – g ×) أو « بالنسبة إلى كل فرد ، فانه إذا كان فرد ما انساناً فلن يكون خالداً » . ونترجم القضية الجزئية الموجبة (بعض ﺃ هو ب) ، أو (بعض العلمـاء مخلصون) إلى « (ح) (د هـ . ذ هـ) » . (∃ x) (f x . gx) ، وتعني انه « يوجد فرد واحد على الأقل مما يتصف بالعلم والاخلاص معـاً . نترجم القضية الجزئية السالبة مثل « بعض ﺃ ليس ب » أو « بعض المتعلمين ليسوا فضـلاء » إلى « (ح) (ى هـ . – ذ هـ) » (∃ x) f x. - gx) ، وتعنى انه « يوجد فرد واحد على الاقل مما يتصف بالعلم لكنه لا يتصف بالفضيلة » . نلاحظ أن صياغة رسل للقضية الجزئية – موجبة أو سالبة – تختلف عن صياغته للقضية الكلية – موجبة أو سالبة ؛ في أن القضايا الجزئية تحوي السور الوجودي وثابت الربط ولا تنطوي على صيغة الشرط ، بينما الكليات تحوي السور الكلي وثابت التضمن الذي ينطوي على شرط. وذلك

لتوضيح ان القضايا الجزئية تقرر وجوداً واقعياً لموضوعها ومن ثم غابت صيغة الشرط بينما القضايا الكلية لا تتضمن تقرير الوجود الواقعي لموضوعها ومن ثم صيغت في شرط ؛ وبالتالي يمكن للقضايا الكلية ان تكون صادقة حتى ولو لم يكن لافراد موضوعاتها وجود واقعي (١١) .

٨٨ – دالة القضية والقضية الوجودية

يبدو أن فريجه هو أول من قدم تحليلاً عميقاً للقضية الوجودية (١٢) ،وقد فعل ذلك في سياق تمييزه لها من القضية الحملية (١٣) . ويبدو أن پيانو عرف القضية الوجودية أيضاً في سياق بحثه في أصول الرياضيات وتحليله معنى«وجود الصنف » إذ ميز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك العضو ، وحين قرر أن للصنف الفارغ وجوداً بمعنى أن له مفهوماً وان لم يندرج تحته ما صدقات ومن ثم فالقضية التي نتحدث عن وجود صنف لا تعني وجوداً واقعياً محسوساً لافراده وانما تنطوي على أن للصنف معنى يمكن التفكير فيه وان هذا المعنى مستقل عن أمثلته . نلاحظ أن ليس لرسل نظرية جديدة في القضايا الوجودية أكثر مما قاله فريجه وپيانو ، وإنما اذاب موقفهما معاً وأعطى له عرضاً مختلفاً يرتبط بنظريته في داله القضية . يقول رسل في «فلسفة الذرية المنطقية » :

---

(١١) I. M. P., pp. 162 - 3.

(١٢) عرف أرسطو القضية الوجودية لكنه تناولها في حدود ضيقة ، تناولها أولاً حين ميز بين القضيتين « رجل ما موجود » a man exists ، « رجل ما عادل » a man is just . رأى ثانياً أن القضيتين « سقراط مريض » و « سقراط ليس مريضاً » تصدق إحداهما وتكذب الأخرى إذا كان يوجد سقراط فعلاً ، أما إذا لم يكن لسقراط وجود فعلي فإن «سقراط مريض» تصبح كاذبة ، بينما تكون « سقراط ليس مريضاً » صادقة ، ذلك لأنه إذا لم يوجد سقراط فليس هنالك إذن فرد ليوصف بالمرض . نلاحظ أن التحليل ضحل وإن الوجود هنا مستخدم بمعنى الوجود الواقعي المحسوس فقط . أنظر : De Interpretatione, ch. 10. ، وأيضاً :
A. N. Prior, Formal Logic, pp. 164 - 5.

(١٣) أنظر الفقرة ٥٤ .

« حين تأخذ دالة قضية وتقرر أنها ممكنة – أي صادقة احياناً – ذلك يعطيك المعنى الأصيل لكلمه « وجود » ؛ يمكنك التعبير عن ذلك [الوجود] بقولك انه توجد قيمة واحدة على الأقل للمتغير ﻫ بحيث تكون هذه [الدالة] صادقة . خذ « ﻫ إنسان » ؛ توجد على الأقل قيمة واحدة للمتغير ﻫ بحيث تكون هذه [الدالة] صادقة . ذلك ما نعنيه حين نقول « هنالك آدميون Therearemen أو « الناس موجودن » men exist .الوجود في أساسه خاصة لدالة القضية ؛ يعني الوجود أن دالة القضية صادقة في مثـــل واحد على الأقل »(١٤) . نوجز نظرية رسل في القضية الوجودية فيما يلي .

ب – القضية الوجودية هي ما يكون محمولهـــا « موجود » ، فتتخذ الصورة « ... موجود » ، أو « هنالك ... » (there are ...) ؛ قد نملأ المكان الخالي بحد عام أو باسم علم . نتناول الآن النوع الأول خذ القضية : « الأحصنة المقرنة موجودة » unicorns exist ؛ يؤكد رسل أن هذه القضية لا تقرر وجوداً واقعياً للأحصنة المقرنة ولا تتحدث عن أي شيء في الواقع ينطبق عليه هذا الوصف . ذلك لأنه لا وجود فعلا لهذا النوع من الحيوان ؛ وبالرغم من ذلك فإن هذه القضية ليست بلا معنى ، إذ يمكنك أن تقولها أو تسمعها أو تفكر فيها . تعني هذه القضية أنه « يوجد ﻫ بحيث أن ﻫ حصان مقرن » ، أو تعني « دالة القضية « ﻫ حصان مقرن » صادقة أحياناً » ، وحين نقول أن دالة القضية صادقه أحياناً ، فإننا لا نقرر وجوداً واقعياً لأي شيء وإنما نعني أنها قد تكون صادقة إذا وجدت قيمة واقعية للمتغير ، فإذا لم نعثر على هذه القيمة – كما هو الحال في مثالنا – كانت دالة القضية كاذبة ؛ ومن ثم فالدالة « ﻫ حصان مقرن » مثـــل للدالة الكاذبة دائماً . والآن خذ القضية » الناسموجودون »: لا تقرر وجوداً واقعياً للنوع الإنساني وإنما تعني

---

(١٤) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 232

فقط أن « دالة القضية « ﻫ إنسان » صادقة أحياناً » ؛ فإن عثرت على قيمة مناسبة للمتغير ﻫ ، كأن تقول « سقراط إنسان » ، كانت القضية صادقة ، وكانت تلك الدالة صادقة أحياناً . يخلص رسل من هذا التحليل إلى تقرير أن الوجود في القضية الوجودية لا يُسند إلى أفراد في الواقع ، وإنما يسند إلى دالة القضية الصادقة أحياناً ، ويعني أن هذه الدالة ممكنة . إنْ أخذت الوجود في القضية الوجودية بمعنى تقرير وجود محسوس لأفراد ، ظهر فساد موقفك ، كما يبينه المثال الآتي بوضوح : «الناس موجودون ، سقراط إنسان، إذن سقراط موجود » . هذا القياس فاسد من الناحية الصورية من عدة وجوه : أولها أنك أخذت المقدمة الكبرى – وهي قضية وجودية – على أنها تقرر وجوداً واقعياً محسوساً ، وهو باطل ، ثانيها أن لا معنى للنتيجة ، وذلك موضوع الفقرة التالية . نصل مما سبق إلى أن الوجود يحمل على دالة قضية لا على فرد ، كما يحمل على صنف لا على عضو فيه أو عدة أعضاء – يُحمل الوجود على أصناف ، بمعنى أنه حين نقول « هنالك آدميون » أو « هنالك فلاسفة » ، فإننا لا نعني أكثر من تقرير أن لصنف الناس أو الفلاسفة معنى يمكن التفكير فيه ، لكننا لا نتضمن في ذلك أن نقرر وجوداً واقعياً لأفراد (١٥) .

ح – هنالك نقطة ذكية كان فريجه قد ذكرها في شرحه للقضية الوجودية – لا يستخدمها رسل – إذا وضعناها الآن في اعتبارنا بانت نظرية رسل راضحة لا لبس فيها – وهي أن ليس في القضية الوجودية موضوع وإنها تتألف من محمولين : أما الحد العام فهو محمول من الدرجة الأولى ، أي يُسند الى أفراد ، وأما «موجود» (أو ما نحوها) فهو محمول من الدرجة الثانية أي يسند إلى المحمولات من الدرجة الاولى . فإذا قلنا مثلاً « هنالك

---

(١٥) Ibid., pp. 228, 233

مناطقة» ، فاننا نعتبر «مناطقة» محمولاً من الدرجة الأولى ويسند الى أفراد بمعنى أنه يمكننا القول « ھ منطقي صادقة احيانا » ، واننا نعتبر « هنالك » محمولاً من الدرجة الثانية يُسند الى المناطقة كصنف ، بمعنى أن التفكير فيمن يسمون مناطقة تفكير ممكن سواء كان لهذا الصنف وجود في الواقع أم لا .

٨٩ – القضية الوجودية والقضية الشخصية

خذ الآن قضية شخصية محمولها «موجود» ، مثل « قيصر موجود » ، أو «يوثانت موجود» . رأى رسل أن ليست القضايا من هذا النوع صادقة ولا كاذبة ، لكنها بلا معنى it is meaningless ، بل أختار لها – وهو في سن الشباب – وصفاً جافاً حين قال « أنها كلام فارغ » it is rubbish ؛ لكنه خفف فيما بعد من جفاف عبارته وقال تدل على سوء استخـــدام اللغة it is bad grammar [١٦] . يمكننا فهم مقصد رسل إذا عرفنـا رأيه في الاستخدام الصحيح لاسم العلم . لكي نستخـــدم اسما يجب ان نكون على وعي مباشر acquainted with بما يشير إليه هذا الاسم ، وإذا أردنا تجنب العبارات النفسية أو المعرفية التي يذكرها رسل في نظرية منطقية ، قلنا أن الاسم هو ما يشير الى فرد يسمى بهذا الأسم؛ لكن لا يلزم أن يكون المسمى موضوع أدراك حسي حاضر ، فاذا استخدمنا أسماً بلا مسمّى ، بطل أن يكون اسماً وأصبح لفظا أجوف بلا دلالة ، ومن ثم تحمل استخدام اسم العلم في طياته وجود مسمّاه – هذا معنى أن القضيـــة الشخصية الوجودية سوء استخدام للغه .حين نقول «يوثانت موجود » لم نضف الى يوثانت صفة جديدة؛ يمكنك أن تقول مثلاً إن يوثانت سياسي محنك أو أنه مواطن من بورما ، وحينئذ نضيف صفـات الى الشخص ، أو يمكنك أن نقول إن « ھ محنك »

---

(١٦) Russel, My Philosophical Development, p. 85

صادقة أحيانا ، ومن ثم ان رأيت أن يوثانت قيمة مناسبة للرجل المحنك ، قلت قضية صادقة ، وإلا تكون كاذبة .

هنالك نقطة أخرى تبين خلو القضية الوجودية الشخصية من المعنى : مادامت القضية الوجودية تحوى محمولين ، وما دام أحد عنصرى القضية اسم علم ، فاننا أعتبرناه محمولاً ، وقد فرغ ارسطو وفريجه ورسل من إثبات أن اسم العلم لن يكون محمولاً في قضية (١٧) .

---

(١٧) قارن : Stebbing, A Modern Introduction to Logic, pp.160-1

الفصل السادس عشر

منطق رسل ووايتهد (٤)

النظرية الوصفية

٩٠ — مقدمة :

أشرنا من قبل إلى الظروف التي أدت برسل إلى التفكير في « النظرية الوصفية » Theory of Descriptions وصياغتها [١] ؛ ولهذه النظرية جانبان: جانب منطقي ، وآخر معرفي ، أو إپستمولوجي . يرتبط الجـــانب الثاني بموقف رسل من إدراكنا ومعرفتنا للناس والأشياء المادية الجزئيـــة من حولنا ؛ نلاحظ أن رسل كان يلجأ أحياناً إلى بعض أفكاره المعرفيَّة لشرح هذه النظرية في جانبها المنطقي ، مما حفز النقاد الذين لا يشاركونه مواقفه المعرفية إلى الهجوم على نظريته المنطقية . الجانب المنطقي من النظرية هوفقط موضوع اهتمامنا ، ومن ثم نحاول تمييزه من أي اعتبارات معرفيّة . ويمكننا أن نقول الآن في عجالة أن النقطة الرئيسية في النظرية الوصفية هي التمييز الحاسم بين اسم العلم و« العبارة الوصفية المحددة » definite deseriptivephrase: العبارة الوصفية المحددة جملة اسمية تتألف من حدٍ عام مسبوق بأداة التعريف

---

(١) انظر الفقرة ٦٥ د .

أو أن يتخذ الحد العام صيغة المضاف ، متبوعاً بخاصة أو خصائص معينة ، بحيث تنطوي الجملة على الاشارة إلى شخص معين أو شيء محدد دون غيره من الاشخاص أو الأشياء ، كما يمكن استبدال اسم العلم بتلك الجملة . إذا قلنا « هومر مؤلف الالياذة » ، أو « أنور السادات هو الرئيس الثاني لجمهورية مصر » ، فإن مؤلف الالياذة » أو « الرئيس الثاني لجمهورية مصر » عبارة وصفية محددة . ولقد رأى رسل - كما سنرى بالتفصيل خلال هذا الفصل - أنه يجب ان نميز تمييزاً حاسماً بين « هومر » و « مؤلف الالياذة » مثلاً ، بالرغم من أن التعبيرين يشيران إلى شخص واحد بعينه . ولقد كان من نتائج هذه النظرية (١) أن تخلص رسل من موقف كان مستبداً به حين كتب **مبادىء الرياضيات** ، ووجد من بعد أن فريجه يدعو اليه - نعني موقف الواقعية Realism بالمعنى الاسكولائي : القول بأن للاعداد والأصناف والعلاقات وجوداً موضوعياً مستقلاً عن الفكر الانساني ؛ (٢) أن حدد رسل موقفه من نظرية فريجه في « المعنى والأشارة »، كما وجد في نظريته سلاحاً للهجوم على نظرية معينة عند مينونج Alexius Meinong (١٨٥٣ - ١٩٢١)؛(٣)أن فتحت النظرية باباً لصياغة « نظرية الانماط المنطقية » ، وبعد أن صاغ رسل النظرية الوصفية عام ١٩٠٥ ، ظل ينقح فيها مدة خمس سنوات ، ثم أصبحت من بعد جزءا هاماً من **برنكبيا** (٢) .

---

(٢) ظهرت أول صياغة للنظرية الوصفيه في مقال « في الاشارة » On Denoting نشره عام ١٩٠٥ في مجلة Mind ؛ ويذكرنا عنوان المقال بالتمييز الذي أقامه بعض مناطقة العصر الوسيط بين معنى الحد connotation واشارته الى فرد أو أفراد denotatin ، مما اصطنعه جون مل فيما بعد لإقامة نظريته الجديدة وقتئذ في أسماء الأعلام . لم يستخدم رسل (الاشارة) في مقاله كما استخدمه مناطقة العصر الوسيط ومل ، وإنما ميز في الاشارة بين معناها وما تشير اليه من أفراد ، أي كان رسل يهتم في مقاله المذكور بالجانب المفهومي من التعبير الاشاري لا بالجانب الماصدقي . ولقد طوّر رسل نظوبته مع الزمن ، في الأبحاث التالية : Principia , i , pp. 30 - 36 راصطنع في هذا الكتاب وما بعده عنوان « النظرية الوصفية » عنوانا للنظرية .

« المعرفة بالإدراك المباشر والمعرفة بالوصف » : Knowledge by Acquaintance

٩١ – نظرية مينونج :

أ – لمينونج نقطة منطقية كانت موضوع انتباه رسل في فجر هذا القرن (٣) . نعلم أن المنطقين التقليدي والرمزي اتفقا في أن القضية الحملية بالمعنى الدقيق هي القضية الشخصية ، أي ما يسند المحمول فيها إلى إسم علم أو إسم أي شيء جزئي . والآن نوجز نقطة مينونج فيما يلي . إذا كان لدينا قضية حملية موضوعها عبارة phrase تشير إلى شخص أو شيء معين ، لكن لا وجود له في الواقع ، فاننا نأخذ هذه العبارة على أنها تشير الى شيء معين له واقعيته بمعنى ما . من أمثلة هـذه العبارات « الملك الحاضر لفرنسا » ، « الجبل الذهبي » ، « المربع الدائري » الخ ؛ فإذا دخلت هـذه العبارات وأمثالها في قضايا سليمة التركيب من الناحية اللغوية فإنها تشير إلى وجود واقعي وتصبح « موضوعات منطقية » Logical subjects . خـذ القضية : « الجبل الذهبي غير موجود » – هذه قضية حملية ، والعبارة «الجبل الذهبي»

---

and Knowledge by Description ، قرأها في « الجماعة الأرسطية » Aristotelian Society عام ١٩١١ ، ثم نشرت في مجلة هذه الجماعة في العام التالي ؛ وأعيد نشرها في كتاب « التصوف والمنطق » Mysticism and Logic (١٩١٨) ، لقد بسّط رسل النظرية في الفصل الخامس من كتابه مشكلات الفلسفة (١٩١٢) : The Problems of Philosophy ويحمل الفصل نفس العنوان السابق ؛ تعرّض رسل للنظرية في مقال « طبيعة الادراك المباشر » The Nature of Acquaintance ، نشره في مجلة Monist (١٩١٤) ، لكنه أفاض في شرح النظرية في مجموع محاضراته المسماة « فلسفة الذرية المنطقية » The Philosophy of Logical Atomism (١٩١٨) ، وقد عقد فصلاً عن النظرية بعنوان « أسماء الاعلام » في كتابه بحث في المعنى والصدق An Inquiry into Meaning and Truth (١٩٤٠) ، إلى أن لخص نظريته الوصفية في آخر كتبـه تطوري الفلسفي My Philosophical Development ص ٨٣–٨٥ .

(٣) رأى مينونج أن لكل موضوع ينتبه اليه الفكر وجوداً واقعياً ، ليس ذلك فقط في الأشياء الفيزيقية التي لها وجود واقعي محسوس ، وإنما لأفكار الرياضيات والمنطق وجود واقعي ، بل جعل للفكرة المستحيلة وجوداً واقعياً . ويمكن فهم هذه الموضوعـات إذا دخلت في قضايا سليمة التركيب من الناحية اللغوية لقد أخذ مينونج فكرته الأساسية عن أستاذه برنتانو الذي لم يقبل الموقف الانطولوجي لتلميذه .

موضوع حمل حقيقي فيها ويشير إلى شيء حقيقي ، رغم أنه ليس شيئاً محسوساً ، لأنك إن قلت أن « الجبل الذهبي غير موجود » ، فإنك تكون قد أصدرت حكماً على شيء ما بعدم وجوده ؛ ومن الواضح أنه يجب أن يكون هنالك شيء – الجبل الذهبي – لتقول عنه إنه غير موجود ، فإن أنكرت وجود الجبل الذهبي – بمعنى ما – فلا معنى لإصدار الحكم ، حيث نصدر الحكم دائماً على شيء ما ؛ وبالمثل نتناول القضية « المربع الدائري شيء متناقض » . ويلاحظ مينونج أن هذا النوع من القضايا لا يخضع لقانون عدم التناقض : خذ القضية « الملك الحاضر لفرنسا أصلع » – من الواضح أن ليس بفرنسا الآن ملكية وإنما جمهورية ، وبالرغم من ذلك فإن للقضية السابقة معنى ودلالة ، وتصدر حكماً على شخص له واقعيته وإن لم يكن هذا الواقع محسوساً . لكن إذا لم يكن لملك فرنسا وجود واقعي الآن ، فإن القضيتين « الملك الحاضر لفرنسا أصلع » و « الملك الحاضر لفرنسا ليس أصلع » صادقتان معاً ؛ أي إذا لم يكن لموضوع القضية وجود واقعي محسوس ، فإنه يمكنك أن تسند اليه محمولين متناقضين . إن الوجود الواقعي الذي يتحدث عنه مينونج هنا وجود منطقي (٤) .

ب – كان رسل مقتنعاً بوجاهة هذه النظرية أول أمره ، لكنه رفضها حين وصل إلى نظريته الوصفية لأنه أدرك نقطة الضعف في نظرية ميونج: ظن هذا أن عبارة مثل « الملكة الحاضرة لانجلترا » من نفس الصورة المنطقية لاسم العلم « اليزابيت الثانية » ، وما دام هذا الاسم يشير الى انسانة معينة ، كذلك للعبارة السابقة نفس الاشارة ؛ ورأى مينونج نتيجة لذلك أن العبارة « الملك الحاضر لفرنسا » شبيه في تركيبها اللغوي العبارة « الملكة الحاضرة

---

(٤) أنظر : Logic and Knowledge, On Denoting, p. 45 ؛ وأيضاً:
My Philosophical Development, p. 84 ؛ وأيضاً ، I . M . P . p. 199
سوف نشير فيما بعد الى الكتاب الاخير بالرمز P. D.

لانجلترا » ، وما دامت هذه تشير ، كذلك ينبغي ان تشير العبارة الأولى . بيّن رسل في نظريته الوصفية أن هذا الموقف فاسد لأنه كشف عن تمييز منطقي حاسم بين اسم العلم والعبارة الوصفية ، حتى لو أشارت هذه العبارة إلى نفس ما يشير اليه اسم العلم [٥] .

٩٢ – الوصف الغامض

أ – تحلل النظرية الوصفية نوعين من العبارات الوصفية أو الأوصاف : وصف غامض أو غير محدد ambiguons or indefinite description ووصف محدد definite description . تتألف العبارة الوصفية الغامضة من حدٍّ عام في صيغة النكرة أو مسبوقاً بكلمات معينة ؛ امثلة : « رجل ما » a man ، أيّ انسان ، بعض الناس ، كل الناس الخ . حين أقول « قابلت رجلا ما » ، فإن « رجلاً ما » تحدد نوع الكائن الذي رأيت ، دون تحديد فرد معين في ذلك النوع ؛ وبالمثل فإن القضايا « أيّ انسان يمكن ان يطالب بحقه » ، « بعض الناس منافقون » تحوي أوصافاً غامضة . أما الوصف المحدد فهو عبارة تتألف من حد عام مسبوق بأداة التعريف ؛ وقد يتبع أيضاً بلفظ أو أكثر مما يدل على تحديد خاصة معينة ، وتشير العبارة الوصفية المحددة الى شيء محدد أو شخص معين دون سواه [٦] . أمثلة للوصف المحدد : الملك الحاضر لانجلترا ، الملك الحاضر لفرنسا ، دورة الأرض حول الشمس ، دورة الشمس

---

(٥) — Mysticism and Logic and other Essays, Penguin ed ., p. 211-2

وسوف نشير فيما بعد الى هذا الكتاب بالرمز M. L.

(٦) لا يمكن ترجمة كل وصف محدد يحوي التعريف بأل من الانجليزية الى اللغة العربية ، ويمكن ترجمته الى العربية في صيغة أخرى من صيغ المعرّف وهي صيغة المضاف ، وهي صيغة يستخدمها بعض المناطقة الذين كتبوا عن رسل ، أنظر :

Quine, Methods of Logic, p. 216

حول الأرض ، الرجل ذو القناع الحديدي ، المرشح الذي ينال أكبر عدد من الأصوات ، آخر شخص دخل هذه الحجرة ؛ من الواضح أن كلاً من هذه العبارات يشير الى شيء « واحد لا أكثر » وتوحي بأن لهـذا الشيء خاصة معينة (٧)

ب – يمكن إجمال النظرية الوصفية في ثلاث أفـكار رئيسية : التمييز الحاسم بين اسم العلم والوصف ، وأن ينطوي الوصف على دالة قضية ، وأن الوصف رمز ناقص . نقول فيما يلي رأى رسل في العبارة الوصفية الغامضة في ضوء تلك الأفكار بايجاز . ماذا تقرر القضية « قابلت رجلاً ما »؟ قد يعرف قائلها من قابله معرفة شخصية ، لكنه لم يشأ ذكر اسمه ، وقد يكون قابل رجلاً غريباً لا يعرف اسمه. افرض ان قائل القضية يعرف اسم من قابله وليكن «مصطفى» مثلاً؛ فان رسل أراد هنا أن يقول إن القضيتين «قابلت مصطفى» و « قابلت رجلاً ما » متميزتان ، لأن الأولى تسمى شخصاً باسمه، بينما ليست الثانية كذلك. ومن أوجه الخلاف الأخرى بين القضيتين أنه يمكن ترجمة القضية الثانية الى صيغة أخرى تساويها في المعنى لكن في صورة منطقيـة مختلفة « قابلت رجلاً ما » تعنى دالة القضية « قابلت س وأن س رجل » صادقة احياناً ؛ خذ « رجلاً ما » في قضية اخرى مثل « رجـل ما موجود » a man exists : هذه القضية مساوية في معناها للقضية « الناس موجودون » ومن ثم فالقضية الأولى لا تقرر وجوداً واقعياً لنوع من الكائنات وإنما تنطوي فقط على دالة القضية « س انسان » صادقة أحياناً ؛ ومعنى ذلك أنه حين نسند الوجود الى وصف غامض لا نعني تقرير وجود واقعي محسوس وإنما أنه توجد حالة واحدة على الأقل مما يجعل دالةً ما صادقة . يتضح من التحليل السابق أن « قابلت رجلاً ما» تختلف اختلافاً منطقياً عن «قابلت مصطفى»: إني في القضية الأخيرة حددت من قابلت تحديداً تاماً ، بينما في القضية الأولى

---

(٧) M. L. p. 202

عبّرتُ فقط عن دالة قضية ممكنه . نقول أخيراً عن الوصف الغامض إنه « رمز ناقص » ineomplete symbol ، والمقصود بذلك أنه التعبير الذي لا معنى له في ذاته وإنما يكتسب معنى إذا دخل في سياق قضية: إن «رجلاً ما» بمفردها ناقصة المعنى ، لكن « رأيت رجلاً ما » أعطت للتعبير معنى ، حتى لو لم نعرف من هو ذلك الرجل [٨] . لم ينظر رسل الى الوصف الغامض على أنه الوصف الذي يبحث عن تحليله ، لكن تحليله للوصف المحدد هو هدف نظريته .

٩٣ - الوصف المحدد واسم العلم :

يقول رسل : « أول شيء نؤكده للوصف المحدد أنه ليس اسماً » [٩] . يمكن التقاط نقط أربعة من كتابات رسل المتعددة تكشف عنْ هذا التمييز .

(أ) الاسم رمز بسيط ، بينما الوصف المحدد رمز مركب ؛ خذ مثال رسل المشهور : « سكوت مؤلف وفرلى» Scott is the author of Waverly [١٠] نقول عن «سكوت» انه اسم ، وعن «مؤلف وفرلى» انه وصف محدد ؛ إننا نسمي الرمز بسيطاً اذا كان مؤلفاً من اجزاء (وهنا حروف) ليس كل جزء في ذاته رمزاً ، ونسمي الرمز مركباً إذا كان مؤلفاً من أجزاء (كلمات) لكل جزء منها دلالة ومعنى . إن « مؤلف » رمز يعني شخصاً يقوم بكتابة شيء ما أو عمله ، «وفرلى» عنوان ديوان شعر .

(ب) يرتبط الاسم بموضوعه ارتباطاً مباشراً ، بينما الوصف المحدد ليس كذلك ، لأنه حين نستخدم اسم العلم استخداماً صحيحاً يجب أن نشير به الى

---

(٨) I. M. P., pp. 167-73

(٩) Logic and knowledge p. L· A. , p 224

(١٠) أشار رسل الى الواقعة التي أوحت اليه بهذه القضية : إذ تساءل الملك جورج الرابع عما اذا كان سير وولتر سكوت هو الذي ألف حقاً ديوان وفرلى : انظر :

Logie and knowledge · On Denoting , p , 47

شيء جزئي معين في الواقع ، هو مسمّاه، وما لم نعرف ما يشير اليه الاسم ، لا يمكننا فهم الاسم ، ومن ثم «سكوت» اسم شخص معين يمكنك فهم معناه اذا كنت رأيت هذا الشاعر أو سمعته أو قرأت له . ومن جهة أخرى يمكننا فهم الوصف المحدد حتى لو لم تكن سمعت بما أو من يشير إليه ؛ ان « مؤلف وڤرلى » وصف محدد يمكنك فهم معناه متى عرفت كيف تستخدم كلمة «مؤلف» في اللغة ، وأن (وفرلي) ديوان شعر ، حتى دون أن تعرف ان سكوت هو من تشير اليه العبارة الوصفية (١١) .

(حـ) الاسم رمز تام بينما الوصف المحدد رمز ناقص . نسمي الرمز تاماً حين يفيد معنى تاماً في ذاته ولا يعتمد فهمنا له على كلمة أخرى تعطيه معنى ، واسماء الاعلام جميعاً من هذا النوع . لكنا نسمي الرمز ناقصاً إذا لم يعط في ذاته معني تاماً وانما يكسب هذا المعنى في سياق معـــين ، ومن ثم فالوصف المحدد رمز ناقص . « مؤلف وڤرلى » وحدها تثير معنى ناقصاً لا يتم ، لان قراءتنا لها أو سماعنا إياها يثير عدة اسئلة مثل : من هو ؟ أو ماذا تريد ان تقول عنه ؟ وقد نكف عن هذه الاسئلة حين يقال لنا مثلاً إن مؤلف وڤرلى شاعر ملهم (١٢)

(ى) لو كانت العبارة الوصفية المحددة اسم علم لكانت القضية « سكوت مؤلف وڤرلى » تحصيل حاصل ، لكنها ليست كذلك . وقبل ان نشرح هذه النقطة يحسن استرجاع ما قلناه في فصل سابق عن قضية الهوية . تحوى قضية الهوية أسمين أو إسما وعبارة وصفية محددة يرتبطان برابطة مناسبة ؛ «خوفو باني الهرم الأكبر » ، « هومر صاحب الالياذه » ، « أرسطو مؤسس نظرية نظرية القياس المنطقي» ، «سكوت مؤلف وڤرلي » ،«طه حسين مؤلف الأيام»: هذه قضايا هوية من النوع الذي يحوي اسماً ووصفاً محدداً ، ونلاحظ على هذه

---

(١١) قارن ذالك بما سبق ان قاله رسل عن اسم العلم في الفقرة : ٦٩ ب ٤ .

(١٢) Logic and knowledge, P. L. A. , p. 244 I.M.P., pp. 173-4 :

القضايا أن الوصف ليس صفة عامة مما تُحمل على إشياء عــدة غير الموضوع الموجود بل هو صفة خاصة مقصورة على هذا الموضوع (١٣) . مثل لقضية الهوية التي تحوي اسمين : سكوت هوسير وولتر، سكوت هو سكوت. والآن يمكننا فهم قول رسل أن القضية « سكوت مؤلف وقرلى » ليست تحصيل حاصل . تختلف هذه القضية اختلافاً أساسياً عن القضية « سكوت هو سير وولتر » مثلاً . نعم القضيتان قضيتا هوية ، لكن بينما تحوى القضية الأولى اسم علم ووصف ، تحوى الثانية اسمي علم. نقول عن « سكوت هوسكوت» أو « سكوت هو سير وولتر » أنها تحصيل حاصل لأنها لا تضيف إلى علمنا جديداً ، نعم قد تضيف القضية الثانية علماً لمن لم يعلم اسم سكوت كاملاً ، لكن الجديد حينئذ هو اسم آخر . أمـا « مؤلف وفرلى » في « سكوت مؤلف وقرلى » فليس اسماً وانما عبارة تدل على واقعة تاريخية عن سكوت أو عن الشعر الانجليزي ، ولا صلة لذلك بالتسمية ؛ سمى سكوت باسمه منذ ولد ، وفي وقت لم يكن قد كتب وفرلى ، ومن ثم فالارتباط ضروري بين « سكوت » وسكوت ، لكن الارتباط غير مباشر بين «سكوت» و«مؤلف وقرلى » : إذ كان تأليفه الديوان أمراً حادثاً كان يمكن ألا يتم ، كما أن من الممكن ان نعرف سكوت دون ان نعرف انــه مؤلف وقرلى ، والعكس صحيح ايضاً (١٤) .

٩٤ – الوصف المحدد ودالة القضية

أ – العنصر الثاني الهام في النظرية الوصفية هو تحليل العبارة الوصفية المحددة بلغة دالة القضية ، وسوف يعطينا هذا التحليل دليلاً آخر على التميز المنطقي الاساسي بين اسم العلم والوصف حين نترجم قضية تحوى اسم علم

(١٣) قارن قضايا الهوية عند فريجه في الفقرة : ٥٢ .

(١٤) أنظر : Logic and Knowledge, pp 50, 245. ؛ وأيضاً : P. D., pp. 83 - 4.

إلى دالة قضية سوف يظهر هذا الاسم الترجمة الجديدة، لكن حين نترجم قضية تحوى وصفاً محدداً إلى دالة قضية سوف يختفي هذا الوصف . نوضح هذا التمييز وتلك الترجمة بتقديمنا تحليل رسل للقضايا الاربعة الآتية على التوالي : سكوت مؤلف وڤرلى ، مؤلف وڤرلى موجود ، مؤلف وڤرلى شاعر ، الملك الحاضر لفرنسا أصلع . يحلل رسل القضية « سكوت مؤلف وڤرلى » إلى القضايا الثلاثة الآتية :

(١) « ھ كتب وڤرلى » صادقة احياناً » .
(٢) « إذا كان ھ ، وكتبا وڤرلى فان ھ هو و « صادقة دائماً » .
(٣) « إذا كان ھ كتب وڤرلى فان ھ هو سكوت» صادقة دائماً »

ويمكن إجمال الدالات الثلاثة السابقة في دالة واحدة :
« (ھ كتب وڤر لي) تكافىء دائماً (ھ كان سكوت) »
ويمكن ترجمة الدالات الثلاثة السابقة الى اللغة المألوفة كما يلي :

(١) شخص واحد على الأقل كتب وڤر لي (٢) شخص واحد على الأكثر كتب وڤر لي (٣) إن الذي كتب وڤر لي كان سكوت [١٥] .

ويمكن اجمال القضايا الأخيرة في واحدة : « شخص واحد وواحد فقط كتب وڤر لى وانه كان سكوت [١٦] . وكان هدف رسل من هذه الترجمات ان يثبت أن اسم العلم يظهر في التحليل .

ب - خذ الآن قضية وجودية موضوعها وصف محدد مثل«مؤلف وڤر لي موجود » ؛ لكي نترجم هذه القضية الى دالة قضية يلزم توفر ثلاثة شروط: (١) ان تكون الدالة صادقة على قيمة واحدة على الأقل المتغير ھ ، (٢) أن تكون الدالة صادقة على قيمة واحدة على الأكثر المتغير ھ ، (٣) ان يؤخذ

---

(١٥) I. M. P., pp. 176 - 8.

(١٦) M. L., p. 214.

الوجود هنا لا بمعنى تقرير وجود جزئي واقعي وإنما بالمعنى المشتق من تصور « دالة القضية الصادقة احيانا » . يحلل رسل الآن تلك القضية كما يلي: «يوجد شيء ما م بحيث أن « ﻫ كتب وفرلي » صادقة حين تكون « ﻫ هي م »، وتكون كاذبة حين تكون « ﻫ ليست م ». نلاحظ هنا أن « مؤلف وفرلي» اختفت في التحليل (نعم ظهر الأسم « وفرلي » في التحليل ، وهو اسم علم، لكن المقصود في سياقنا « مؤلف وفرلي » وليس « وفرلي ») ، ويدل اختفاء الوصف من الدالة على انه ليس اسم علم .

حـ — خذ الآن قضية حملية موضوعها وصف محدد مثل « مؤلف وفرلي شاعر» لنرى تحليل رسل لها ؛ انه تحليل شبيه بتحليل القضية «سكوت مؤلف وفرلي » ، كما يلي : «ﻫ كتب وفرلي تكافىء ﻫ هو م وأن م شاعر صادقة أحيانا » أو « يوجد شيء ما م بحيث أن ﻫ كتب وفرلي تكافىء ﻫ هو م في كل قيم ﻫ وأن م شاعر » (١٧). ويمكن صياغة الدالة السابقة صياغة أخرى في القضايا الثلاثة الآتية :

(١) شخص واحد على الأقل كتب وفرلي

(٢) شخص واحد على الأكثر كتب وفرلي .

(٣) أن الذي كتب وفرلي كان شاعراً (١٨) .

نلاحظ هنا أن « مؤلف وفرلي » اختفت من التحليل ، ومن ثم فالقضية « مؤلف وفرلي شاعر » لم تصدر حكماً على سكوت ، كما نلاحظ أن « مؤلف وفرلي » ليس «موضوعاً منطقياً» لأن ما يعبر عن الموضوع المنطقي هو الأسم الدال على فرد معين ، وما دامت « مؤلف وفرلي » تحتل مكان الموضوع في القضية فانه يجب اعتبارها « موضوعاً حسب مكانها من القضية grammatical subject » ، لا موضوعاً منطقياً .

---

(١٧) J. Passmore, A Hundred Years of Philosophy, p. 230.

(١٨) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 250.

د – حين وصل رسل الى تمييز اسم العلم من الوصف المحدد وترجمة القضية التي تحوي أحدهما أو كليهما إلى دالة قضية ، ومعنى الوجود في الدالة؛ استطاع تقديم تحليل صحيح لنوع من القضايا مثل « الجبل الذهبي غير موجود » ، « الملك الحاضر لفرنسا اصلع » ، وبذلك يكون قد اسطاع أن يجد أساساً لرفض نظرية مينونج في الوجود الواقعي المنطقي لموضوعات الفكر – مستقلاً عن العقل الإنساني. يقول رسل اننا إذا أخذنا الوجود بمعنى «الصادق أحياناً»، وعدم الوجود بمعنى « الكاذب دائماً » ، امكننا التخلص من إسناد وجود موضوعي لمعنى العبارة الوصفية التي لا تشير الى واقع محسوس ، ومن ثم تصبح القضية « الجبل الذهبي غير موجود » – بفضل النظرية الوصفية – تعني « دالة القضية « ﻫ ذهبي » و « ﻫ جبل » كاذبة في كل قيم ﻫ »؛ لقد اختفت هنا عبارة « الجبل الذهبي » ومن ثم لم تعد أسماً ولا تشير الى شيء واقعي باي معنى من المعاني ؛ وما دامت « الجبل الذهبي » ليست اسما فلن تكون موضوعاً منطقياً في القضية التي ترد فيها وإنما « موضوع حسب مكانه من الجملة » فقط . لاحظ رسل أخيراً أن القضية السابقة تخضع لقانون عدم التناقض – خلافاً لما أعلن مينونج – لاننا تقرر أن « الجبل الذهبي موجود» قضية كاذبة ، وأن « الجبل الذهبي غير موجود » صادقة (١٩) .

ﻫ – لكل من فريجه ومينونج ورسل تحاليل مختلف للقضايا التي تحوي عبارة وصفية محددة لا تشير الى واقع مثل « الملك الحاضر لفرنسا أصلع » : رأى فريجه وجوب استبعاد مثل هذه القضية ، كما يجب استبعاد القضايا التي تحوي اسماء أعلام خرافية ، فاذا حدث واستخدمناها فانا لا نستطيع أن نحكم عليها بصدق أو بكذب ، ومن ثم لا تخضع لقانون الثالث المرفوع . رأى مينونج أن لمثل هذه القضية معنى حتى لو لم تشر الى شيء مفرد واقعي محسوس ، بل ويدل موضوعها على وجود واقع مستقل عن عالمنا ، وان هذه

---

(١٩) P. D., p. 84.

القضية لا تخضع لقانون عدم التناقض ، أي يمكننا الحكم عليها وعلى نقيضتها معاً بالصدق. نذكر فيما يلي تحليل رسل لتلك القضية ، ويبدأ بقوله انها تنحلّ الى قضيتين : « الملك الحاضر لفرنسا موجود » ، « الملك الحاضر لفرنسا أصلع » . إن القضية الأولى هنا تعنى لا تقرير وجود واقعي لهذا الملك ، وإنما تعنى أن « الدالة يوجد فرد واحد على الأقل م بمن يحكم فرنسا ، صادقة أحياناً » ، وعلينا أن نعوّض عن المتغير بقيمة مناسبة ، ومن الواضح أننا لا نجد الآن تلك القيمة إذ لا يوجد الآن في الواقع الدولي ملوك في فرنسا ، ومن ثم نقول عن الدالة السابقة إنها دالة كاذبة دائماً. خذ القضية الثانية «الملك الحاضر لفرنسا أصلع » : إنهـا تعني أنه « يوجد فرد واحد على الأقل م بحيث أن م يحكم الآن فرنسا وأن م أصلع » ، لكننا لن نجد قيمة لهذا المتغير ومن ثم فالقضية كاذبة دائماً .

و — وهنالك نقطة هامة يبرزها رسل في تحليل القضية « الملك الحاضر لفرنسا أصلع»؛إذا أردنا سلبها ، لا نقول«الملك الحاضر لفرنسا ليس أصلع »، لأن هذه تتضمن تقرير وجود واقعي لذلك الملك بحيث ننكر عليه فقط انه أصلع ؛ إن أسلب قضيتنا سلباً صحيحاً هو : « إما انه لا يوجد شخص مما يكون ملك فرنسا ، أو انه اذا كان يوجد فانه ليس أصلع » والمقصود هنا إنكار وجود الملك أصلاً ، بدلاً من اثبات وجوده وانكار أنه اصلع ، ومن ثم لا وجود لمن نصفه بالصلع ، وفي هذه الحالة تكون القضية « الملك الحاضر لفرنسا أصلع » قضية كاذبة [٣٠] .

ز — يمكننا الآن تلخيص نظرية رسل الوصفية بمقارنتها بنظريتي فريجه وميونج فيما يلي : (١) يجب ألا نستخدم اسم العلم في لغة منطقية أو علمية إلا إذا كان هنالك شيء أو شخص في الواقع يشير اليه هو مسمّاه ، ولقد قال فريجه ذلك من قبل ، ولا يعترض عليه مينونج .

---

(٣٠) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 251. ؛ ورأيضاً :
I. M. P., p. 179.

(٢) لا مانع من استبدال عبارة وصفية محددة باسم العلم الذي يشير إلى من يوصف بتلك العبارة لكن اسم للعلم والوصف المحدد متميزان من الناحية المنطقية تمييزاً تماماً ، وأن للقضية التي يرد فيها الوصف المحدد معني ، حتى لو لم نعرف ما أو من يشير اليه ذلك الوصف . للقضية « مؤلف التأملات في الفلسفة الأولى مفكر متدين » معنى حتى لو لم نعرف أن الوصف هنا يشير إلى ديكارت . لقد قال فريجه أن القضيتين — التي تحوي احداهما اسم علم وتحوي الثانية وصفاً محدداً — متكافئتان في الصدق، وانْ حذّرنا فريجه من استخدام هذا التكافؤ دائماً في لغة منطقية صورية ، لكن فريجه لم يوضح لنا أساس هذا التحذير ؛ جاء رسل بهذا الاساس حين ميز تمييزاً حاسماً بين الأسم والوصف. ومن جهة أخرى لم يفطن مينونج إلى هذا التمييز ، فوقع في نظريته الواقعية حين طبق الوصف المحدد المشير إلى واقع على الوصف المحدد الذي لا يشير .

(٣) سمح رسل بالقضية التي يرد فيها وصف محدد لا يشير إلى شيء في الواقع لأن لها معنى ويمكننا فهمها ، وبالرغم من ان لهـــا معني فهي كاذبة . لكن فريجه لم يسمح بهذا النوع من القضية في لغة صورية، بل ورأى انه يجب الحكم عليها لا بالصدق ولا بالكذب . ومن جهة أخرى رأى رسل أن هـذا النوع من الاوصاف لا يشير إلى وجود منطقي ، بل اصبح عدم اشارتها إلى واقع محسوس مرادفاً لكذب القضايا التي ترد فيها هذه الأوصاف ، ومن ثم رفض الموضوعات المنطقية لميونج ، كما اختلف رسل عن ميونج في أن أمثال هذه القضايا تخضع لقانون عدم التناقض : تكون كاذبة دائماً، وسلبها صادق دائماً

(٤) حين أدت النظرية الوصفية برسل الى فهم الوجود على انه الصادق احياناً ، وعدم الوجود على انه الكاذب دائماً ، تخلص من الوجود الوقعي للأعداد والعلاقات والاصناف — ذلك الوجود الذي ورثه عن فريجه ، ومن ثم حلّ أصحاب برنكيبيا التناقضات المتعلقة بالاتجـــاه اللاچستيفي في اصول الرياضيات .

٩٥ - الوصف المحدد والرمز الناقص

يميز رسل في نظريته الوصفية بين الرمز التـــام والرمز الناقص . الرمز التام ما له معنى في ذاته مستقلاً عن أي رمز آخر ، أما الرمز الناقص فمعناه غير تام إذا جاء بمفرده . سبق ان استخدم رسل هذا التمييز ليفصل بين اسم العلم والوصف ، وليبين أن اسم العـلم رمز تام والوصف المحدد رمز ناقص . نريد الآن مزيداً من توضيح معنى الرمز الناقص وتطبيقه على الوصف المحدد. أبسط الأمثلة على الرموز الناقصة رموز العمليات الحسابية : + ، × ، ÷ ، الخ ؛ إذ لا معنى لهذه الرموز في ذاتها ، وإنما تكتسب معناها حين تدخل في سياق صيغة جمع أو ضرب عددية أو معادلة جبرية . العبارات الوصفية رموز ناقصة بهذا المعنى أي أنها بمفردها لا يجري عليها التعريف ؛ يجري عليهـا ما يسميه رسل « التعريف بالاستخدام dcfiniton in use » والمقصود أنه يمكن فهم الوصف المحدد إذا دخل في سياق قضية . حين وصل رسل الى هـــذه الفكرة ، رأى أن الموضوعات الرياضية والمنطقيـــة كالاعداد والاصناف والعلاقات رموز ناقصة كالاوصاف المحددة . خذ مثـالاً : « الجذر التربيعي للعدد - ١ نصف الجذر التربيعي للعدد - ٤ » : تحوي هذه القضية أوصافاً محددة ، وهي لا تشير الى أشياء جزئية واقعية ، وان عبرت عن حقائق رياضية - الحقائق الرياضية لا تتضمن أنها موجودات حقيقية في عالم آخر ، ومن ثم ليس للاعداد والاصناف الخ وجود في عالم آخر وإنمـــا رموز ناقصة (٢١) .

---

(٢١) أنظر : Principia, i, p. 66. ؛ وأيضاً : Logic and Knowledge, P. L. A., p. 253. ، وأيضاً : Stebbing, A Moden Introduction to Logic, pp. 152 - 3.

الفصل السابع عشر

منطق رسل ووايتهد (٥)

نظرية حساب الأصناف

٧٦ – مقدمة :

أ – لنظرية حساب الاصناف جانبان : جانب منطقي وآخر رياضي ؛ ويرتبط الجانب الرياضي أولاً بتعريف العدد تعريفاً منطقياً بحتا، وذلك برده الى تصورات الصنف والعلاقة والمشابهة عند أصحاب الاتجاه اللوجستيقي ؛ يرتبط ثانياً بما يسمى «المفارقات» Paradoxes أو «التناقضات» contradictions التي اكتشفها رسل وغيره ، وكشف عنها تعريف الأعداد اللامتناهية والصنف الذي هو عضو في ذاته ؛ يرتبط الجانب الرياضي من حساب الأصناف ثالثاً بما سماه رسل « نظرية الأنماط المنطقية » Theory of Logical Types وهي حل لتلك المفارقات ؛ لن نعرض لهذا الجانب وانما نكتفي بإيجاز نظرية الأصناف في جانبها المنطقي البحت عند أصحاب پرنكپيا .

ب – يرجع الفضل الى بول في تقديم أول محاولة لاقامة المنطق الرمزي بالمعنى الدقيق، وإن كان قد اقتصر في جهده على اقامة مبادىء حساب الأصناف، دون غيرها من نظريات ذلك المنطق ؛ ولقد لاحظنا في شرحنا لبول انه استخدم رموزاً لمتغيرات الاصناف ، كما اصطنع رموزاً لبعض الثوابت –

وكانت ثوابته رياضية في أساسها كعلامات الجمع والطرح والضرب والقسمة والمساواة وعددي الصفر والواحد الصحيح ؛ ومن ثم لم يعط بول للثوابت تفسيراً منطقيا . نلاحظ أيضاً أن بول لم يستطع وضع نظريته في نسق استنباطي بالمعنى الدقيق ، كما كان متمسكاً بوضع النظرية على نموذج علم الجبر ومن ثم لم يتمكن من تقديم نظريته معتمدة على تصورات منطقية خالصة ؛ ولعل أهم ما وصل اليه بول في نظريته للأصناف تصورات الجمع المنطقي والضرب المنطقي وإن كان صاغها في رموز جبرية [١] .

حـ – جاول جيفونز وبيرس وشرويدر وهنتنجتن تطوير منطق بول في نواح مختلفة ، إذ صححوا بعض افكاره عن الثوابت التي استخدمها وأضافوا ثوابت أخرى غفل عنها، ومن ثم صححوا بعض القوانين المنطقية التي صاغها ؛ كما حاولوا اقامة نظرية الأصناف في نسق استنباطي ؛ لكننا نلاحظ أنهم كانوا جميعاً يكتبون نظريتهم المنطقية على نموذج جبري . نعم بذل بيرس وشرويدر جهداً ضخما في اقامة نظرية العلاقات كما كانت لها أفكار أصيلة في نظرية حساب القضايا ، لكن كانت جهودهم محدودة ، وفي طريق علم الجبر إذا قيست بجهود فريجه في تلك الميادين .

ء – كان يوجد اتجاه آخر لتطوير المنطق الرمزي ، غير اتجاه بيرس وشرويدر ، لا يتخذ نظرية بول نقطة البدء ، ومن ثم لا يصطنع النموذج الجبري - كان اتجاه أقامة منطق جديد يكون أساساً تشتق منه التصورات الأساسية للرياضيات كلها ، بما فيها علم الجبر – وهو الاتجاه اللوجستيقي ؛ ولكي يحقق هذه الاتجاه هدفه ، يلزم أن يكون علم المنطق محتوياً على أفكار منطقية خالصة : لقد بدأ فريجه هذا الاتجاه وشاركه فيه بيانو وتلاميذه ، ثم طوّره أصحاب برنكيبيا من بعده. لقد بدأ فريجه جهده الضخم باقامة مبادىء نظرية حساب القضايا ، ثم اتخذها أساساً لنظريات أخرى ، من بينها نظرية

---

(١) أنظر الفصل السادس .

بول في الاصناف مطوّرة ؛ ونلاحظ أيضاً أن فريجه وبيانو أشارا إلى خطأ بعض المواقف المنطقية لبيرس وشرويدر .

هـ – قرأ رسل بول ومدرسته ، وأفاد من مواقفها التي ثبت صحتها ؛ وأفاد من مواقف فريجه وبيانو ، وأهم هذه المواقف اقامة نظرية الاصناف على أساس نظرية حساب القضايا . لم يقف أصحاب البرنكبيا عند حدّ التوفيق بين المدرستين وإنما طوّروا الاتجاه اللوجستيقي أكثر مما أتى عليه رواده، كما طوروا نظرية الاصناف في حساب منطقي كنسق استنباطي ، مستفيدين مما أضافه فريجه وبيانو .

٩٧ – الصنف ودالة القضية

أ – رأى رسل في **مبادىء الرياضيات** أن حساب الاصناف كنسق استنباطي يبدأ بثلاثة أفكار أوليـة : صنف ، وعضوية الفرد في صنف membership of a class ، ودالة القضية ، وقد أخـذ الأولى والثانية عن بيانو وأضاف هو الثالثة [٢] . لكننا نلاحظ تطور موقف رسل هنا. إذ رأى أصحاب البرنكبيا أن ليس لحساب الأصناف أفكار أولية غير الأفكار الأولية لحساب القضايا [٣]، ومن ثم أصبحت الافكار الثلاثة السابقة مما تقبل التعريف. نلاحظ من جهة أخرى أن تعريف « صنف » في **برنكيبيا** يفترض فكرة دالة القضية .

ب – يقدم **برنكيبيا** للصنف تعريفين : تعريفـاً من زاوية الماصدق definition by extension ، وتعريفاً من زاوية المفهوم definition by intension ، ويرتبط التعريف الأول بدالة القضية، والثاني بالرموز الناقصة. نبدأ بالتعريف الماصدقي للصنف . « الصنف ... هو كل الإشياء التي تجعل قضية ما صادقة ... ومن ثم تحدّد كل دالة قضية صنفاً » بالرغم من أنه إذا كانت دالة القضية كاذبة دائماً ، يصبح الصنف فارغـاً – نعني ألا يكون له

(٢) Principles of Mathematics, pp. 18 - 19.

(٣) Principia, , p. 24.

أعصاء »[٤] . ويقول رسل أيضاً « كل صنف تحدده دالة من دالات القضايا التي تكون صادقة على اعضائه وكاذبة على غيرهم »[٥] ، والمقصود بهذين التعريفين أن كل الحجج الصادقة لدالة ما تؤلف صنفاً . خذ دالة القضية « ه إنسان » : يمكنك أن تعوض عن المتغير بقيمة ، قد نقول سقراط أو افلاطون أو زيد أو عمرو . . الخ ، وحينئذ تكون الدالة صادقة ؛ نقول عن هؤلاء الافراد إنهم يؤلفون صنفاً ؛ أفرض أنك عوّضت عن المتغير بقيم أخرى مثل « الهرم الأكبر » أو « معبد دلفي » أو « جبل المقطم » ، فان الدالة تكون كاذبة ، ومن ثم لا تدل هذه العبارات على ما يدخل في اعضاء الصنف الذي لدينا . إن ما يحدد الصنف إنما افراده أو اعضاؤه ، وما يحدد أعضاءه حجج صادقة لدالة ما من دالات القضايا . يزيد رسل هذا المعنى للصنف توضيحاً: إذا كان لدينا صنفان ، كل أعضاء أحدهما اعضاء في الثاني ، ولا يوجد عضو في الثاني ليس عضواً في الأول ، ها هنا لدينا صنف واحد لا صنفان[٦] . ومن جهة أخرى ، يحدد الصنف الفارغ كلُّ الدالات الكاذبة دائماً .

٩٨ – الصنف والرمز الناقص

أ – نلاحظ أن رسل كان قد وصل إلى التعريف الماصدقي للصنف في مبادىء الرياضيات[٧] ، وفي ذلك يتفق في تعريفه للصنف مع بول وبيرس وشرويدر ، لكننا نلاحظ ايضاً أن رسل كان يعتنق في الكتاب السابق الاتجاه الواقعي للاصناف ، إذ ميز بين الصنف class وتصور الصنف class-concept : نحدد الصنف بافراده ، لكن كلمة « صنف » لا زالت تدل على تصور ، ويؤلف تصور الصنف مع تصورات الاعداد والعلاقات والنقط . .

---

(٤) Ibid., p. 23.

(٥) I. M. P., p. 183.

(٦) Ibid. p. 185.

(٧) Principles, pp. 69, 80.

الخ عالما واقعياً موضوعياً مستقلاً لا نخلقه وانما نكتشفه [٨] وهذان موقفان متناقضان في مبادىء الرياضيات (تعريف الصنف بما صدقه والنظرة الواقعية بالمعنى الاسكولائي لوجود الصنف) . تخلص رسل من هذه النظرة الواقعية حين وصل إلى نظريته الوصفية ، لكنه رأى في نفس الوقت أن التعريف الماصدقي للتصنيف غير كاف ، ذلك لأنه لا يمكننا من تنـــاول الاصناف اللانهائية ، ويجعل التمييز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك العضو أمراً صعباً ، كما يجعل فهم الصنف الفارغ مستحيلاً . [٩] رأى رسل حينئذ ضرورة تعريف الصنف من زاوية المفهوم أيضاً ، وأن يكون مساندا للتعريف الماصدقي يقوم التعريف المفهومي للصنف ، على فكرة الصنف كرمز ، وقد وصل رسل إلى هذه الفكرة مبكراً حين وصل إلى نظرية الاوصاف ، وأثبتها أصحاب البرنكبيا في كتابهم المشترك .

ب — « رموز الأصناف — كرموز الأوصاف — في نسقنا رموز ناقصة ، يجري عليها التعريف حين نستخدمها ، لكننا نفترض أنها لا تعني في ذاتها شيئاً على الإطلاق — نعني أن استخدام هذه الرموز يقبل التعريف بحيث أنه حين نضع التعريف بدلاً من المعرّف ، لا يبقى بعد ذلك أي رمز مما نفترض أنه يمثــل صنفاً ، ومن ثم ليست الأصناف — كما نستخدمها — سوى مواضعات رمزية أو لغوية ، لا أشياء حقيقية ، كما أن أعضاءها أشياء واقعية إن كانت أفراداً » (١٠)

يدل هذا النص على أن پرنكپيا تحول عن واقعية الاصناف ، وان الصنف ليس شيئاً له وجود في عالم آخر ، ومن ثم فليست « صنف » اسم علم ، ومن ثم لن تكون رمزاً تاما . وصل أصحاب الكتاب إلى ذلك الموقف بعد أن أدرك رسل أن الصنف رمز ناقص . تكتسب كلمة «صنف» معنى باستخدامنا

---

(٨) Ibid., pp. 449 - 50.

(٩) I. M P., p. 183.

(١٠) Principia, i, pp. 71 - 2. ؛ وأيضاً : I. M. P., p. 182.

لها في سياق معين ، أي حين تدخل الكلمة الدالة على صنف في قضية عن ذلك الصنف . لقد سبق لرسل أن أثبت أن العبارة الوصفية ليست اسم علم، لأنها تختفي بترجمة القضية التي ترد فيها تلك العبارة الى دالة قضية ، وقد رأى أصحاب البرنكيبيا الآن نفس الشيء بالنسبة لرموز الاصناف : يختفي رمز الصنف من القضية التي يرد فيها ، بمعنى أن كل قضية عن صنف ما إنما هي قضية عن القيم التي تجعل دالة القضية صادقة . خذ مثالاً . القضية «صنف الناس المهتمين بالمنطق الرياضي ليس كثير العدد » تكافىء « لا يهتم بالمنطق الرياضي عدد كبير من الناس » . هيا نستبدل « عدد كبير » بعدد محدود مثل العدد ٣؛ حينئذ تصبح قضيتنا «المهتمون بالمنطق الرياضي ليسوا ثلاثة »؛ ويمكن التعبير عن القضية الأخيرة في الصورة التالية : إذا كان هـ مهتماً بالمنطق الرياضي ، ومهتماً بالمنطق الرياضي ، ى مهتماً بالمنطق الرياضي ، فان هـ هو و ، أو هـ هو ى ، أو و هو ى ، ومن ثم اختفت كلمة (صنف) [١١] . يبين هذا المثال أنه يمكن رد القضية التي تحوي رمزاً لصنف إلى قضية مركبة عن قيمة لدالة قضية . ولقد أمكن لأصحاب برنكيبيا – نتيجة موقفهم من الصنف كرمز ناقص – أن يعطوا تعريف « وجود الصنف » : نقول عن صنف ما إنه موجود حين يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون عضواً في هذا الصنف ؛ « الصنف م موجود » تضمن أن « هـ هو م صادقة » وحينئذ امكنهم اعطاء تعريف للصنف الفارغ بأنه ما ليس له أفراد ، أو أنه صنف غير موجود بالمعنى السابق [١٢] . لقد سبق لرسل في تأريخه لحياته أن أعلن ان من بين الأفكار الأساسية التي يدين فيها بالفضل لبيانو فكرة تعريف وجود الصنف) .

٩٩ – المصطلح الرمزي :

. نشير الآن الى المصطلح الرمزي لحساب الاصناف في برنكيبيا ، وأغلب

---

(١١) Russell, Our Knowledge of The External World, London, revised and reset, 1926, reprinted, 1961, pp· 211 - 2.

(١٢) Principia, i,p. 29.

مفردات المصطلح مستعار من مصطلح پيانو : (١) عضوية الفرد في صنف ، ورمزها $\in$ [١٣] . (٢) اعضاء الصنف ، ونرمز لها بالحروف : هـ ، و ، ى (z , y , x) . (٣) الاصناف ونرمز لها بالحروف أ ، ب ، ج (وكان أصحاب البرنكيپيا يستخدمون الحروف الثلاثة الاولى من اللغة اليونانية) : فاذا اردنا وضع القضية (سقراط انسان) أو (سقراط عضو في صنف النـــاس) في صيغة صنفية رمزية ، قلنا « هـ $\in$ أ » : ($A \in X$) (٤) سلب الصنف، ورمزه ($-$ أ) : ($-a$) ونقرؤه : لا أ ؛ ويعني سلب الصنف صنف الأفراد الذي يجعل القضية (هـ $\in$ أ) كاذبة ؛ فإذا أردنا سلب هذه القضية كتبناها (هـ $\in$ $-$ أ) أو (هـ $-$ $\in$ أ) ($A \in -X$)ونقرؤهـــا : (هـ ليست عضواً في الصنف أ) . (٥) الضرب المنطقي بـــين الاصناف ، وهذا يقابل فكرة الربط في حساب القضايا ، ويستخدم حساب الاصناف نفس رمز الربط في حساب القضايا ، كما يستخدم رمزاً جديداً هو $\cap$ ؛ ومن ثم فالصيغة (هـ $\in$ أ . هـ $\in$ ب) $X \in A . X \in B$ نقرؤها : (هـ عضو في أ و ب معاً ، والصيغة (أ $\cap$ ب = ك (هـ $\in$ أ . هـ $\in$ ب): ($A \cap B = (X) (X \in A . X \in B)$ تعني أنه بالنسبة إلى كل افراد هـ فان هـ عضو في أ و ب معاً . إن الضرب المنطقي بين صنفين هو الجزء المشترك بينهما أو الصنف المؤلف من الافراد التي تكون اعضاء في كليهما ؛ (الشباب الجامعي) تعبير يمثل صنف الشباب الذين هم أعضاء في صنف الجامعيين ، أو صنف الجامعيين الذين هم أعضاء في صنف الشباب . (٦) الجمع المنطقي بين الاصناف ، وهذا يقابل فكرة الفصل في حساب القضايا ، ويستخدم حساب الاصناف نفس رمز الفصل في حساب القضايا ، كما يستخدم الرمز $\cup$ ؛ ومن ثم فالصيغة (هـ $\in$ أ $\vee$ هـ $\in$ ب) : ($X \in A \vee X \in B$) نقرؤها :

---

(١٣) سوف نستخدم الثوابت في حساب الأصناف هنا بنفس رسومها في برنكيپيا ، أمـــا المتغيرات فإنا نستخدم حروف اللغة العربية المقابلة للحروف المستخدمة في ذلك الكتاب .

ه عضو في الصنف م أو في الصنف ب أو فيهما معاً ؛ ومن ثم فالصيغة م u ب = ك (ه ∈ م v ه ∈ ب) : (A U B= X ∈ A V X ∈ B) ونقرؤها : (الصنف م أو ب) يعني انه بالنسبة إلى كل أفراد ه فان ه عضو في الصنف م أو في ب أو فيهما معاً . إن الجمع المنطقي بين صنفين هو صنف الافراد الذين هم أعضاء في صنف أو في صنف آخر أو فيهما معاً ؛ « الآباء أو الحريصون على فائدة الشباب » : مثل على جمع منطقي بين صنفين.

(٧) الاحتواء : والمقصود به احتواء صنف في صنف آخر ، ويقابل فكرة التضمن في حساب القضايا ، ويستخدم حساب الاصناف نفس رمز التضمن في حساب القضايا كما يستخدم الرمز ⊃ ، ومن ثم فالصيغة :

« م ⊂ ب = ه ∈ م ⊃ ه ∈ ب » ،تعني أن الصنف م محتوى في الصنف ب يكافىء القول أن أعضاء الصنف م متضمنون في أعضاء الصنف ب

(٨) يستخدم حساب الاصناف فكرة التكافؤ ورمزه في حساب القضايا للتعبير عن الصيغ التحليلية ، كما سترى ؛ لكنه يستخدم فكرة الهوية identity لتقابل فكرة التكافؤ فيحساب القضايا، ويرمز لها بعلامةالمساواة. مثال : (م = ب) تعني أن الصنف م والصنف ب صنف واحد لا اثنان ، إذا كان كل أعضاء الصنف م أعضاء في الصنف ب ، وكل أعضاء الصنف ب هم أعضاء في الصنف م ، ومن ثم الصيغة « ه ∈ م ≡ ه ∈ ب »[١٤] .

(٩) يرمز حساب الاصناف الى (وجود الصنف) بالصيغة ج ! م (∃ ! a) فحين نقول عن صنف ما انه موجود ، نعني انه يوجد مثل واحد على الأقل مما يكون عضواً في ذلك الصنف ، ويتخذ التعبير عن وجود الصنف الصيغة « ج ! م = ج (ه ∈ م) » ، « ∃ ! a = (∃ X) X ∈ a »[١٥] .

١٠٠ – التعريفات

لا يستخدم حساب الأصناف – عند أصحاب البرنكبيا – أفكاراً أولية

---

(١٤) Principia . i . pp. 25-8

(١٥) Abid , p. 29 .

غير فكرة دالة القضية (وإن كانت هذه الفكرة موضوع تعريف في حساب دالات القضايا) ، كما قلنا؛ لكننا نجد في هذا الحساب تعريفات لأفكار السلب وللفصل والتضمن والربط والتكافؤ ، وقد سبقت منا الاشارة إلى بعض هذه التعريفات حين ذكرنا المصطلح في حالات سلب الصنف والضرب والجمع والاحتواء فيما يلي تعريفات حساب الاصناف :

(١) السلب : « هـ ε – ﺃ = – (هـ ε ﺃ) » :

$$a \, \varepsilon - x = - (a \, \varepsilon \, x)$$ ؛

«هـ ليست عضواً في ﺃ »تعنى «أن من الكذب ان نقول ان هـ عضو في ﺃ».

(٢) عضوية الفرد في صنف : « هـ ، و ε ﺃ = هـ ε ﺃ . و ε ﺃ » ؛
« هـ ، وأعضاء في الصنف ﺃ »تعنى ان « هـ عضو في ﺃ وأن و عضو في ﺃ ».

(٣) الضرب المنطقي : « ﺃ ∩ ب = ك (هـ ε ﺃ . هـ ε ب) » ؛
إن حاصل الضرب المنطقي بـــين صنفين ﺃ و ب هو كل الحدود التي تكون أعضاء في كليهما ، ومن ثم نصل الى الصيغة :
« هـ ε ﺃ ∩ ب ≡ هـ ε ﺃ . هـ ε ب » ، أي أن هـ عضو في الضرب المنطقي للصنفين ﺃ ، ب تكافىء أن هـ عضو في الصنفين ﺃ ، ب معا .

(٤) الجمع المنطقي : « ﺃ ∪ ب = ك (هـ ε ﺃ ∨ هـ ε ب) »؛ إن الجمع المنطقي بين صنفين ﺃ و ب هو كل الحدود التي تكون أعضاء في الصنف ﺃ أو في الصنف ب أو فيهما معاً ، ومن ثم نصل إلى الصيغـــة : « هـ ε ﺃ ∪ ب ≡ هـ ε ﺃ ∨ هـ ε ب » .

(٥) الاحتواء « ﺃ ⊏ ب = هـ ε ﺃ ⊃ هـ ε ب » (١٦) .

١٠١ – قضايا مشتقة :

بعد التعريفات، تأتي المصادرات ؛ ويقول أصحاب البرنكبيا أن هنتنجتن Huntington قد أحصى المصادرات اللازمة لنظرية حساب الأصناف (أو

---

(١٦) Ibid., pp. 25,27, 205

جبر الاصناف كما كان يسميها) عام ١٩٠٤، ونحيل القارىء على پرنكپيا لبيان تفصيلها [١٧] . لكننا نذكر فيما يلي بعض القضايا التحليلية في حساب الأصناف – في پرنكپيا – صيغت على نموذج حساب القضايا :

(١) أ ∩ ب = – (– أ ∪ – ب) ، وهي شبيهة بالصيغـــة ق . ل ≡ – (– ق ∨ – ل) (الضرب المنطقي أو الربط) .

(٢) هـ ∈ (أ ∪ – أ) ، ونقرؤها : هـ عضو في الصنف أ أو الصنف لا أ ؛ وهي شبيهة بالصيغة ق ∨ – ق (الثالث المرفوع) .

(٣) – هـ ∈ (أ ∩ – أ) ، ونقرؤها : هـ ليست عضواً في الصنف أ وفي الصنف لا أ معا ، وهي شبيهة بالصيغة – (ق . – ق) (عـــدم التناقض) .

(٤) أ = – (– أ) ، وهي شبيهـــة بالصيغة ق ≡ – – ق (السلب المزدوج) .

(٥) أ ⊂ ب ≡ – ب ⊂ – أ ، وتشبه (ق ⊃ ل) ≡ (– ل ⊃ – ق) .

(٦) أ = ب ≡ – أ = – ب ، وتشبه (ق ≡ ل) ≡ (– ق ≡ – ل)

(٧) أ = أ ∩ أ ، وتشبه الصيغة ق ≡ (ق . ق) .

(٨) أ = أ ∪ أ ، وتشبة الصيغة ق ≡ (ق ∨ ق) .

نلاحظ أن القضية (٥) هي التعبير في نظرية الاصناف عن القياس الشرطي المتصل من نوع نفي المقدم، وأن القضية (٦) لا مثيل لها في المنطق التقليدي وانما لها مقابل في حساب القضايا ، وأن القضيتين (٧) و(٨) صورتان لقانوني تحصيل الحاصل .

---

(١٧) Ibid., p. 205-6 ؛ انظر أيضاً:
Kneale, The Development of Logic, pp 423-7

(٩) أ ⊂ ب   ب ⊂ حـ ⊃ أ ⊂ حـ ، وتشبه في حساب القضايا الصيغة :

(ن ⊃ ل . ل ⊃ م) ⊃ (ن ⊃ م) ، وهي أحدى صور الضرب الأول من الشكل الأول للقياس التقليدي .

(١٠) هـ ∈ ب . ب ⊂ حـ ⊃ هـ ∈ حـ ، وتعبر هـــذه الصيغة عن صورة أخرى من صور الضرب الأول من الشكل الأول للقياس ، وهو حالة ما إذا كانت المقدمة الصغرى شخصية [١٨] .

لقد أتم برنكبيا وضع نظرية الاصناف في نسق استنباطي ، على نموذج النسق الاستنباطي لحساب القضايا ، والاستعانة بما قدمه هنتنجتن ، يمضي بعدها في تقديم نظريات والبرهان عليها [١٩] .

---

(١٨) Principia, i, p. 28

(١٩) تجد تفصيل هذه البراهين في برنكبيا الجزء الأول ص ٢٠٦ ٢١٢

الفصل الثامن عشر

منطق رسل ووايتهد (٦)

نظرية العلاقات

١٠٢ – مقدمة :

لنظرية العلاقات – كنظرية حساب الاصناف – عند أصحاب البرنكبيا جانبان : جانب رياضي وآخر منطقي ، ويتعلق الجانب الأول بالموقف اللوجستيقي في رد العلاقات بين التصورات الرياضية الاساسية إلى علاقات منطقية خالصة ، ولن نقول عن هذا الجانب شيئاً ، وأنما نكتفي بايجاز الجانب المنطقي من النظرية . نظرية العلاقات شبيهة بنظرية الأصناف من عدة وجوه : في مصطلحها الرمزي مع تغييرات بسيطة ، وفي نسقها الاستنباطي واتخاذها نظرية حساب القضايا أساساً لها ، وفي النظر إلى العلاقات على أنها رموز ناقصة لا كائنات موضوعية قائمة في عالم فكري مستقل عنا . نلاحظ أيضاً أن نظرية العلاقات غريبة على المنطق التقليدي ، وأنها اكثر نظريات المنطق الرمزي حداثة : نجد أول إشارة لها عند دي مورجان حين درس بعض العلاقات بين الحدود كالهوية والتعدي والعكس والسلب ، واستخرج خواصها كما درس علاقات الربط والفصل بين تلك العلاقات [١] . لكن يعتبر

---

(١) انظر الفقرات ٢٣ ٢٥

بيرس أول من ساهم في اقامة نظرية منطقية في العلاقات ، على نموذج جبر الاصناف عند بول ، ومطوراً لأفكار دي مورجان ، إذ أضاف إلى دي مورجان علاقتي الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات ، كما قدم أول محاولة لجعل منطق العلاقات في حساب منطقي [٢] ولقد طور شرويدر جهود بيرس في بناء ضخم بحيث وسع في نظريتي الأصناف والعلاقات وأضاف أفكاراً أصيله في منطق حساب القضايا وحساب المحمول وأن كان أقامها على نموذج جبري ومن ثم جاءت فجة محتاجة الى تطوير . لقد قرأ رسل منطق بيرس وشرويدر ورأى مبكراً في مبادىء الرياضيات أن منطقهما معقدوصعب للغاية كما انه لا يهتم بالبحث في أصول الرياضيات إلا عرضاً ؛ ووجد رسل أن لبيانو أفكاراً أكثر اصالة وعمقاً في كل النظريات السابقة مما ذهب إليه بيرس وشرويدر ، لكنه لاحظ في نفس الوقت أن ليس لبيانوا نظرية كاملة في حساب العلاقات ، ومن ثم عكف على وضع أسس منطقية لنظرية العلاقات يستخدم فيها مصطلح بيانو الرمزي ويستعين بأفكاره المنطقية في حساب القضايا والأصناف فنشر بحثاً أصيلاً عن العلاقات المنطقية وصلتها بالرياضيات عام ١٩٠١ ، وقد جذب هذا البحث انتباه وايتهد مما حفزه الى التفكير في تعاون رسل معه في عمل مشترك ، فكان تأليف برنكبيا [٣] .

١٠٣ – منطق العلاقات عند بيرس وشرويدر

يعرّف بيرس وشرويدر العلاقات أنها « صنف لأزواج » a class of couples [٤]، أو « جمع أزواج من الافراد » asum of pairs of individuals [٥]

(٢) نشر بيرس أبحاثه في منطق الأصناف والعلاقات في مجموعة مقالات(١٨٧٠ – ١٩٠٣)، مما نجده في الجزء الثالث من أبحاثه المنشورة بعنوان :
The Collected Papers of C. S. Pierce, ed. by Hartshorne and P. Weiss, H arvard, 1931-35

(٣) انظر الفقرة ٦٥ ب

(٤) Principles, p. 24

(٥) Logic and Knowledge , The Logid of Relations, p. 3

ومن الواضح أن هذا التعريف يناسب العلاقة الثنائية ، لكن يمكن ملاءمته ليتسق مع العلاقة الثلاثية والرباعية وهكذا . من الواضح أيضاً أن تعريفهما للعلاقة كان عن طريق فكرة الصنف : افرض أن لدينا فردين هـ ، و بينهما علاقة ع ، وأننا أخذنا فردين آخرين لهما نفس العلاقة ع ، فاننا نقول حينئذ أن ع تؤلف صنفاً لعدة أزواج من الأفراد ، بين كل زوج منها نفس العلاقة ، كعلاقة الزواج والمساواة ... الخ لقد قدم رسل بعض اعتراضات على هذا التعريف للعلاقة : (أ ، تصبح العلاقات نوعاً من الاصناف ، ومن ثم يمكن رد قضايا العلاقات إلى قضايا أصناف ، بينما يختلف النوعان من القضايا ويتميزان. (ب) يتجه هذا التعريف بالعلاقات اتجاهاً ماصدقيا خالصاً ، بينما رأى رسل ان تعريف الصنف والعلاقة بالماصدق غير كاف ، (حـ) لقد أصبح حساب العلاقات حسب التعريف الماصدقي بالغ التعقيد ، لأن تناول أى علاقة يقتضي التعبير عنها بصيغ طويلة تتألف من أضافات متتابعة لأعضاء أصناف ، ومن ثم لا تتضح دلالة تلك الصيغ في لغة رمزية ، (ى) لم يستطع بيرس وشرويدر أن يميزا بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف في صنف آخر مما يكشف عن اخطاء منطقية في قضايا العلاقات (وهـــذا التمييز كشف عنه فريجه وبيانو) (٦) .

١٠٤ — ما العلاقة ؟

نلاحظ أن أصحاب البرنكيبيا يعرّفون العلاقة تعريفا بالماصدق والمفهوم معاً.

« ينبغي تناول العلاقات كالاصناف - من ناحية الماصدق ، نعني أنه إذا كانت ع ، ط علاقتين تقومان بين زوج واحد من الحدود ، فان العلاقتين ع ، ط علاقة واحدة ، ويمكن النظر الى العلاقة — بما يخدم أغراضنا — على أنهـــا صنف الأزواج ، نعني ان الزوج (هـ ، و) أحد أعضاء صنف الأزواج الذي يؤلف العلاقة ع ، إذا كانت هـ على علاقة ع مع و . سوف لا نقدم هذه النظرة

(٦) Principles, pp.10 , 24

الى العلاقات كأصناف أزواج - على أي حال - في تناولنا الرمزي ، اننا نذكرها فقط لكي تبين ان من الممكن فهم معنى أن ما يحدد العلاقة هو ما صدقاتها » (٧) .

لكن يستدرك أصحاب البرنكبيا فيقولون : « ... هـــذا الزوج معنى - نعني أن الزوج (هـ ، و) يختلف عن الزوج (و ، هـ) مـــا لم يكن هـ = و . سوف نسميه .. زوجاً مرتباً » (٨) . يتفق اصحاب البرنكبيا مع بيرس وشرويدر في تعريفهما للعلاقة تعريفا ماصدقيا ،أي انها صنف لأزواج من الأفراد ، لكنهم يضيفون أنـــه يجب أن يكون للعلاقة أيضاً تعريف بالمفهوم، أي ان يكون لها معنى sense :يجب أن يكون للعلاقة اتجاه معين ، أو ما عبروا عنه بالزوج المرتب ordered pair ؛ ومن ثم فعنصر الترتيب في وضع أفراد العلاقة هو المقصود بالتعريف المفهومي للعلاقة (٩) .

١٠٥ أهم تصورات العلاقات

لن ندوّن هنا نظرية أصحاب البرنكبيا في حساب العلاقات ، لأنه قصد بها أن تكون وسيلة لتحليل جديد للتصورات الرياضية الأساسية ثم ردّهاإلى تصورات منطقية بحته - كما يتضح من قراءة الجزءين الثاني والثالث من كتابهم، ولا صله مباشرة لذلك بتطور المنطق الرمزي . لكن رسل دوّن تحليلاً لأهم تلك التصورات للعلاقةخالياًمن اللغة الرياضية في آخر كتبه **تطوري الفلسفي**، نوجزه فيما يلي :

(١) صنف الحدود التي تكون على علاقة ع (R) مع حد آخر و (Y) مثل : والد و .

---

(٧) Principia, i, p. 26

(٨) Ibid, p. 26

(٩) P. D., pp. 87-8 وأيضاً : Stebbing, op, cit. p. 112

(٢) صنف الحدود التي يكون حدٌ ما هـ ×) على علاقة ع معهـا ، مثل : أولاد هـ .

(٣) نطاق العلاقـة domain of a relation وهو صنف كل الحدود التي تكون لها العلاقة ع مع شيء ما ، مثل صنف « الناس الذين لهم أولاد »

(٤) النطاق العكسي لعلاقة ما converse domain of a rclation ، وهو صنف كل الحدود التي يكون شيء ما على علاقة ع معها ، مثـل : صنف كل الناس الذين لهم آباء .

(٥) ميدان العلاقة field of a relation ، وتتألف من نطاق العلاقـة ونطاقها العكسي معاً، مثل : كل انسان يكون والدا وكل انسان يكون ابنا.

(٦) عكس العلاقة converse of relation ، ويقوم بين و ، هـ مثلمـا تقوم العلاقة ع بين هـ ، و ، مثل « ... أ ب لـ ... » عكس العلاقـة « ... ابن لـ ... ».

(٧) الضرب النسبي بين علاقتين ع ، ط (R, S) ويقوم بين هـ ، ى . (X, Z) حين يوجد أوسط و (Y) بحيث أن هـ على العلاقة ع مع و ، وان و على العلاقة ط مع ى ؛ نقول عن « جد » أنها الضرب النسبي بـين والد و والد ؛ مثل آخر على الضرب النسبي هو « زوج الإبنة » . إذا رمزنا الى « زوج » بالعلاقة ع ، وإلى « ابنة » بالعلاقة ط ، فان العلاقة « ع / ط » (وهي رمز الضرب النسبي) تقوم بين شخصين هـ ، و إذا كان يوجد شخص ثالث ى بحيث أن هـ زوج ى وأن ى ابنة و .[١٠]

(٨) الجمع Plurals ، ويعرّفه رسل بأنـه إذا كان لدينا صنف ما مثل ᑭ (a) ، فأنه يمكن تكوين صنف كل الحدود التي لها العلاقـة ع مع أحد أعضاء ᑭ ، مثل :آباء طلبة الجامعة[١١] .

---

(١٠) المثل الأخير مأخوذ من : Tarski, Introduction to Logic, p. 93

(١١) P. D. pp 88-9 ؛ وأيضاً : I. M. P., pp. 16-32

١٠٦ – أنواع العلاقات

حين تناول اصحاب البرنكبيا ، حساب العلاقات وقدموا تحليلاً جديداً للعلاقات القائمة بين عناصر القضية الرياضية ، واكتشفوا منـــاهج جديدة للإستنباط الرياضي ، كانوا يستخدمون أنواعاً مختلفة من العلاقات دون تعريفهـــا ، لكن رسل وضح هذه الأنواع للعلاقـــة في كتب أخرى في سياقات مختلفة ، نوجزها فيما يلي : لقد صنف رسل العلاقات على أسس مختلفة : (١) علاقات تماثلية ، علاقات لا تماثلية ، علاقات بين بين ؛ (٢) علاقات متعدية ، علافات لازمة ، علافات بين بين ، (٣) علاقات ثنائية ، علاقات ثلاثية ،علاقات رباعية؛ (٤) علاقة واحد بواحد،علاقة واحد بكثير ،علاقات ثلاثية ، علاقة كثير بواحد ، علاقة كثير بكثير . ونوضح كل نوع على النحو التالي .

(١) أ – العلاقة التماثلية symmetri calrelatian وتقوم بين حدين ه ،و بحيث يمكن أن تقوم هي ذاتها بين و ، ه ؛ امثلة : المساواة ، اللامساواة ، المشابهة ، الاختلاف ، اخ ، اخت ، ابن عم ؛ إذا كان ه أخ و ، فان و أخ ه ، واذا كان ه = و فان و = ه .

(١) ب العلاقة اللاتماثلية asymmetricalrelation وتقوم بين ه،و بحيث لا يمكن قيامها هي ذاتها بين و ، ه ؛ أمثلة : فوق ، تحت ، يمين ، يـــار ، قبل ، بعد ، أكبر ، أصغر ، أسبق زمنا ، أب ، جد ؛ فاذا كان ه أب و فلا نستطيع القول أن و اب ه .

(١) حـ – العلاقة بين بين [١٢] non-symmetrical relation ، وهي

(١٢) لم نستطع ترجمة كلمتي non-symmetrical و non-transitive ترجمةعربية دقيقة تفي بمقصود رسل نلاحظ أيضاً ان بعض كتب المنطق تعطي لهاتين العلاقتين معنى مختلفاً عما رآه رسل : العلاقة الأولى هي ما لا تكون تماثلية ولا لاتماثلية ؛ والعلاقة الثانيـة هي ما لا تكون متعدية ولا لازمة ؛ أنظر :

.I M. Copi, Symbolic Logic, p. 142

علاقة قد تكون تماثلية وقد لا تكون ، مثل « أخ » ، فاذا كان هـ أخ و ، فقد لا يكون و أخ هـ ، لانه قد يحدث أن و أخت هـ ؛ ومن الأمثلة ايضاً : يتضمن ، صديق لـ ، يحب ، يكره ، اخت لـ

(٢) ا – العلاقة المتعدية transitive relation ، وهي التي إذا كانت تقوم بين هـ ، و كما تقوم ذاتها بين و ، ى فانها تقوم بين هـ ، ى ؛ امثـلة : قبل ، بعد ، اكبر من ، اصغر من ، فوق ، تحت ، يسبق ، يعاصر . نلاحظ أن هذه العلاقات متعدية ولا تماثلية ، لكن يوجد علاقات متعدية وتماثلية مثل المساواة المشابهة .

(٢) ب – العلاقة اللازمة intransitive relation ، وتقوم بين هـ ، و وكما تقوم بين و ، ى ، لكن لا تقوم بين هـ ، ي ؛ امثلة : أب لـ ، مناقض لـ ؛ فاذا كان هـ أب و ، و أب ى فلا يعني ذلك أن هـ أب ى .

(٢) حـ – العلاقة بين بين non-transitive relation ، وهي ما قـد تكون متعدية وقد لا تكون مثل : أخ ، صديق لـ ، مختلف ، اخ الأخ ليس أخا وانما هو نفس الشخص .

يلاحظ رسل أن التصنيف السابق ذكره يؤكد التمييز الاساسي بين القضية الحملية وقضية العلاقة ، نعم هنالك وجاهة في القول بردّ قضية العلاقة التي تحوي علاقة تماثلية او تماثلية متعدية إلى قضية حملية ، فاذا قلنا ان ا = ب ، ب = ا ، أو أن ا = ب ، ب = حـ ، اذن ا = حـ فأننا نحمل خاصة على ا وهي مساواة ب بها ، ويمكننا أيضاً ردّ قضية العلاقة التي تنطوى على علاقة تماثلية غير متعدية إلى قضية حملية ، لأنه يمكننا حمل خاصة عدم المساواة مثلا على حد معين . لكن من المستحيل أن نرد قضية علاقة لا تماثلية إلى قضية حملية : حين نقول أن ا أكبر من ب فاني أحكم أن ا و ب لهما مقداران مختلفان ؛ اننا نستطيع حمل خاصة عدم مساواة ب بالقياس إلى ا ، لكن لكي نحدد مقدار عدم التساوي ، أي لكي نحدد أن احدهما أكبر أو أصغر من

الأخر فلن نستطيع استبعاد استخدام « أكبر » أو « أصغر » ، ومن ثم نجد لدينا حدين بينهما علاقة ، لا اسناد خاصة إلى حد واحد [١٣] .

(٣) قد تربط العلاقة بين حدين ، وتسمى حينئذ علاقة ثنائية dual or dyadic relation والعلاقات السابقة ذكرها ثنائية ؛ وقد تربط العلاقة ثلاثة حدود ، وتسمى علاقة ثلاثية triple of triadicrelation ، مثال : بين ، ، يعطي ، مدين لـ ، مثلما نقول إن أ يقع بين ب و ح ؛ وقد تربط اربعة حدود ، وتسمى حينئذ علاقة رباعية quadruple of tetradic relation مثال : أعني أن تقنع مصطفى بزواج ثريا (هنا اربعة حدود : انا ، انت ، مصطفى ، ثريا) [١٤] .

(٤) أ – علاقة واحد واحد one-one reldion ، وتقوم بين حد واحد على الأكثر وحد آخر على الأكثر . افرض اننا نعيش في مجتمع يسوده زواج الرجل بزوجة واحدة فقط ، وزواج المرأة برجل واحد فقط ، فان كل عضو من صنف الازواج يقابله عضو واحد في صنف الزوجات ، وتكون العلاقة بين كل زوجين علاقة واحد بواحد ؛ وقد كان لهذه العلاقة شأن كبير في تعريف فريجه ورسل من بعده تعريفاً منطقياً للعدد ، عن طريق تشابه الاصناف ، ومعنى التشابه هنا هو علاقة واحد بواحد ، أى أن كل عضو من صنف ما يقابله عضو آخر من صنف آخر بلا زيادة أو نقصان .

(٤) ب – علاقة واحد بكثير one-many relation ، وتقوم بين حد واحد على الأكثر وحد آخر مثل والد ، ضِعْف ، جذر تربيعي ، ملك ، رئيس جمهورية ، ونلاحظ أنه ينشأ عن تلك العلاقة « الدالات الوصفية » في الرياضيات .

---

(١٣) Russel , Our Knowledge of The External World , pp. 56-9

(١٤) Ibid., pp. 59-60

(٤) ح – علاقة كثير بواحد many-one relation ، وتقوم بين أكثر من حد في طرف ، وحد واحد على الاكثر في طرف آخر ، مثال : أبن ، مربع العدد السالب .

(٤) ى – علاقة كثير بكثير many-many relation ، وتقوم بين عدة حدود في طرف ، وعدة حدود في طرف ، مثل رعايا الملوك .[١٥]

١٠٧ نظرة عامة على جهود رسل واصحاب البرنكبيا في المنطق

هنالك طرق مختلفة لتقويم التطور الذي دفع به أصحاب البرنكبيا المنطق الرمزي اكثر مما فعل السابقون ، سنختار هنا الطريق الآتي في الحكم على تطويرهم للمنطق ، وتوجزه في العناصر التالية : (أ) نقط أصيلة لم ترد عند السابقين (ب) تطوير نظريات المنطق الرمزي (ح) رفض التسليم بعالم موضوعي مستقل عنا تقوم فيه التصورات المنطقية والرياضية (ى) توضيح نقط سبق أن قالها السابقون .

(أ) نقط أصيلة : (١) تمييز أصحاب البرنكبيا لما سموه « القضية الذرية » والتوسع في تحليلها . (٢) تصدى رسل لتعريف القضية المنطقية أو ما سماها « القضية العامة عمومية تامة » ، وإن وجد في ذلك صعوبة كبرى . (٣) ميز رسل تمييزاً منطقياً حاسماً بين اسم العلم والعبارة الوصفية المحددة حتى لو كانت هذه العبارة تشير الى مسمى ذلك الاسم ، مثل هومر ، مؤلف الالياذة الخ . (٤) ميز رسل بين نوعين من قضايا الهوية : قضية الهوية بالمعنى الدقيق مثل نابليون هو بونابرت ، أو سكوت هو سكوت ، والقضية الوصفية المحددة مثل هومر مؤلف الالياذة أو طه حسين مؤلف الأيام . (٥) قدم أصحاب

---

(١٥) Stebbing, op. cit., pp. 166-74 ; P. D. pp. 89-90 ; I.M.P. pp. 15-16, 44 ، وأيضاً زكي نجيب محمود : المنطق الوضعي ، جـ ١ ، الطبعة الرابعة ، القاهرة ، ١٩٦٥ ، ص ٩ : ١ – ١٧٦ ؛ وأيضاً محمد عبد الرحمن بدوي : المنطق الصوري والحديث ، الطبعة الثانية ، القاهرة ، ١٩٦٣ ، ص ٢٨٣ – ٢٩٢

البرنكپيا برهاناً بالمعنى الدقيق على كثير من قضايا اعتبرها ارسطو والمناطقة التقليديون مبادىء أولى واضحة بذاتها ، مثل قانون عدم التناقض والثالث المرفوع والضرب الاول من الشكل الأول للقياس التقليدي .

(ب) تطوير نظريات المنطق الرمزي : (١) ميز اصحاب البرنكبيا بين نظريات المنطق الرمزي الأربعة — حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الاصناف وحساب العلاقات ، وتناول كل منها على حدة ، ما لم يكن من قبل واضحاً . (٢) وضع أصحاب البرنكبيا كل نظرية من هذه في نسق استنباطي وذلك بالكشف الصريح عن قائمة لا معرفاتها وتعريفاتها ومصادراتهــــا ثم البرهان على قضايا مشتقة واستنباط القضايا التحليلية ، على نحو لم نعهده من قبل ؛ كما أقاموا ذلك البرهان الاستنباطي بالغاً في أحكامه على نموذج البرهان الهندسي . (٣) أقام أصحاب البرنكبيا نظريات المنطق الرمزي الاربعــــة بلغة رمزية منطقية خالصة ، وتخليصها — خاصة نظريتي الاصناف والعلاقات — من أي رموز جبرية وأي تصورات رياضية

(حـ) التحول عن الواقعية المنطقية : كان رسل يعتقد بان حقائق الرياضيات والمنطق — وبل ومدلولات الالفاظ التي ليس لها وجود محسوس — تقوم في عالم آخر مستقل عنا ، متفقاً في ذلك مع فريجه ومينونج وآخرين ؛ وظل كذلك حتى كتب **مبادىء الرياضيات** (١٩٠٣) ؛ لكنه رفض هذا الاعتقاد حين وصل إلى نظريته الوصفية (١٩٠٥) استطاع حينئذ أن يربط الوجود لا بالوجود المحسوس أو المعقول ، وانما بدالة القضية الصادقة احياناً ، كما ربط اللاوجود بالدالة الكاذبة دائماً . وصل رسل بنظريته الوصفية أيضاً إلى أن العبارات الوصفية المحددة — سواء منها ما يشير الى شيء محسوس أو لا نقابلها شيء في الواقع — ليست إلا « رموزاً ناقصة » ، أي لا يمكن فهمهــــا ولا تعريفها إلا في سياق قضية أو دالة قضية نحكم عليها بالصدق دائما أو الصدق أحياناً أو الكذب دائماً . حين وصل رسل إلى هاتين النقطتين ، رأى أن عبارة (الجبل الذهبي) في القضية (الجبل الذهبي غير موجود) لا تشير إلى

وجود واقعي في عالم منطقي مستقل عنا وانما تعني فقط أن الدالة « س جبل و س ذهبي » كاذبه دائماً في كل قيم س ؛ وبالمثل فان القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) تعني انه « يوجد فرد واحد على الاقل س ممن يحكم الآن فرنسا وان س أصلع » ، ولكن حين لا نجد قيمة مناسبة المتغير ، نقول ان الدالة كاذبة دائماً . وصل رسل من نظريته أخيراً إلى أن الاعداد والاصناف والعلاقات - كالاوصاف المحددة - رموز ناقصة ، ومن ثم ليس له وجود في أي عالم .

(ى) نقط زيد توضيحها وتحليلها أكثر مما فعل السابقون : (١) لم يتضح تعريف القضية بانها الحكم الذي يحتمل الصدق والكذب أو أنها مـــا تقرر شيئاً أو تنفيه ، حتى جاء رسل وربط بين القضايا والوقائع وان القضية تكون صادقة اذا عبرت عن واقعه، وكاذبه اذا لم تعبر، كما قدم رسل تحليلاً وتصنيفاً للوقائع . (يبدو أن رسل استوحى فكرة الواقعة وصلتها بالقضية من تلميذه فتجنشتين) . (٢) زاد رسل موقف ارسطو وفريجه توضيحـــاً في التمييز المنطقي الحاسم بين اسم العلم والمحمول . (٣) دعم رسل موقف ارسطو في أن الحمل علاقة منطقية اساسية وأن القضية الحملية صورة منطقية أساسية من صور القضية لا غنى عنها . لكنه اختلف عن ارسطو في قول الأول ان القضية الحملية صورة واحدة من صور عديدة للقضايا ، ولا يمكن رد هذه الصور إلى الحملية . (٤) زاد رسل مواقف ارسطو وبيرس وبيانو وفريجه في أن القضية الشخصية هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق ، واتفق مع الثاني وللثالث والرابع في اختلافهم عن ارسطو في القول ان القضية الكلية ليست حملية على الاطلاق وانما هي قضية شرطية متصلة . (٥) زاد أصحاب البرنكيبيا توضيحاً وتحليلاً لما قاله السابقون في الثوابت والمتغيرات والقضايا المركبة ودالات الصدق وقيم الصدق ودالات القضايا . (٦) زاد أصحاب البرنكيبيا توضيحاً اتخاذ نظرية حساب القضايا أساساً لنظريات حساب المحمول وحساب الاصناف وحساب العلاقات .

الفصل التاسع عشر

نتائج البحث

بعد القيام برحلة طويلة ، يحسن تقديم تقرير عنها ، وإبراز أهم حوادثها. سنضع في هذا الفصل أهم النقط التي تؤلف سمات المنطق الرمزي وتظرياته ، مشيرين إلى صاحب الفصل الأول في كل نقطة ، ونتبعه برقم الفقرة التي تناولها هذا الكتاب ببعض تفصيل .

١٠٨ – المصطلح الرمزي

المصطلح الرمزي notation هو كتابة علم المنطق بلغة رمزية خالصة ، قوامها حروف الهجاء رموزاً للمتغيرات، ورسوم معينة اخرى رموزاً للثوابت المنطقية، بحيث تكتب في صورة رمزية غير لغوية كلُّ القضايا والقوانين المنطقية وكل الخطوات الاسدلالية في أي برهان .

(١) رموز المتغيرات :

ا – الرمز الى متغيرات الحدود في القضية بحروف الهجاء (أرسطو: ٦ب)

ب – إستبدال رموز متغيرات الأصناف برموز متغيرات الحدود في القضية ، على نحو مضطرب، بسبب الخلط بين النظرة الى الصنف من جهة المفهوم والنظرة إليه من جهة الماصدق (ليبنتز : ١٨) ؛ هذا الاستبدال ، بنظرة ماصدقية واضحة الى الصنف (بول : ٢٩ ا)

حـ – الرمز الى المتغيرات الفردية (أعضاء الصنف وأطراف العلاقة) بحروف الهجاء ، على نحو مضطرب ، بسبب الخلط بين رمز الصنف ورمز العضو فيه (پيرس : ٣٩ أ) ؛ الرموز السابقه بتمييز واضح بين الصنف والعضو فيه (فريجه : ٥٨ ب ، پيانو : ٤٦) ؛ زادها أصحاب الپرنكپيا توضيحاً وتطويراً (٩٩ ، ١٠٤ – ١٠٥) .

ء – الرمز الى الدالات – وهي البديلة بالمحمول في المنطق التقليدي – والرمز الى الحجج – وهي البديله بالموضوعات في المنطق التقليدي بحروف هجاء معينة (فريجه : ٥٨ ب ، پيانو : ٤٦) .

هـ – الرمز الى متغير القضية ككل ، دون تميز بين حدودها (ارسطو نادراً : ٦ حـ ، الرواقيون باستخدام « الأعداد الترتيبية » لا حروف الهجاء: ١٤ أ) ؛ استخدام تلك الرموز بحروف الهجاء، ولكن بغير دقة في الدلالات (پيرس : ٤٠) ؛ استخدام تلك الرموز بحروف هجاء بدقة ووضوح (فريجه: ٥٨ ب پيانو : ٤٦) .

(٢) رموز الثوابت :

أ – معرفة عدد قليل من الثوابت (السلب والربط والتضمن) ، دون استخدام كلمة « ثوابت » ، وبلا دراسة عميقة لقواعد استخدامها ، ودون وضعها في رموز (ارسطو : ٦ ب ، ٧) .

ب – دراسة عميقة لقواعد استخدام أحد الثوابت المنطقية (التضمن) ، دون استخدام « ثوابت » ، ودون رموز (فيلون الميغاري : ١٣) .

حـ – معرفة عدد أكبر من الثوابت المنطقية (إما ... أو . . ، حيث أن ... ، لأن ... ، ليس ... و . معاً ، الخ) واستخدام كلمة « روابط » ووضع قواعد استخدامها بدقة ، دون رموز (الرواقيون : ١٤ ب) .

ء – استخدام رموز بعض الثوابت الرياضية - علامات الجمع والضرب

والمساواة – لتدل على ثوابت منطقيه كالفصل والربط والهوية، لكن الدلالات مضطربة : صلة غير واضحة بين الجمع العددي والجمع بين أصناف ، بين الضرب العددي والضرب بين اصناف (ليبنتز : ٢٠ ، ٢١ حـ) ؛ استخدام رموز الثوابت الرياضية السابقة ، مضافاً اليها علامات الطرح والقسمة والصفر والواحد الصحيح ، والدلالات واضحة تماماً (بول : ٢٨)

هـ – مصطلح رمزي اكثر ثراء ، ودلالاته أكثر وضوحاً ، وأدخال رموز جديدة لثوابت جديدة (السور الكلي والسور الوجودي) ، لكن يظل المصطلح محتفظاً بالثوابت الرياضية إلى حد كبير (پيرس : ٣٩ ب، ٤٢ ب).

و – دراسة أكثر عمقاً للثوابت المنطقية (السلب والربط والفصل والتضمن) ، واضافة ثوابت جديدة (عضوية الفرد في صنف) ، وتخليصها من أي أثر لتصورات الرياضة ورموزها (فريجه : ٥٨ ب ، پيانو : ٤٦) ؛ وإلى پيانو يرجع استخدام عبارة « الثوابت المنطقيه » .

ز – تطوير البحث في الثوابت ، وأضافة ثوابت منطقية جديدة (مثل التكافؤ) ، واضافة رموز جديدة في حساب الاصناف وحساب العلاقات (أصحاب الپرنكپيا : ٩٩) .

١٠٩ – النسق الاستنباطي (الأكسيوماتيك)

النسق الاستنباطي هو أن يحوي العلم – ذو الطبيعة الصورية – مجموعة محددة من القضايا الاولية (المصادرات) توضع صريحة واضحة منذ البدء ، نسلّم بصدقها دون برهان ، وتستنبط منها قضايا أخرى هي نظريات ذلك العلم .

(١) عناصر النسق الاستنباطي في الرياضيات :

أ – وضع قائمة معينة من التعريفات والمبادىء والمصادرات ، تشتق منها النظريات ، باستنباط منطقي محكم (أرسطو : ٨ ب ، إقليدس الهندسي : ٤ حـ) .

ب – إدخـال عنصر اللامعرفات في النسق ، وإذابة التمييز بين المبـدأ والمصادرة في الهندسة (باش : ٤٣ د ؛ وفي علم الحساب (پيانو وفريجه : ٤٤ حـ ، ٤٥ ، وديدكند وكانتور أيضاً) .

(٢) عناصر النسق الاستنباطي في المنطق :

أ – أدرك أرسطو عناصر النسق الاستنباطي للعلوم الصورية ، لكنه لم لم يجعل منطقه نسقاً استنباسياً ،وبالرغم من ذلك ففي منطقه مقوّمات النسق ومن ثم جرت محـاولات عدة لكتابة المنطق الارسطي في نسق استنباطي (لوكاشيفتش ٨ ، ٩) .

ب – محاولتان جادّتان ، لكنهما أوّليتان ؛ تقيم المحاولة الاولى المنطق نسقاً استنباطياً ، لكن على نموذج الهندسة الاقليدية ، فتضع تعريفات للثوابت المنطقية ، وقضايا اولية صريحة منذ البدء ، منها تشتق نظريات منطقيـــة (الرواقيون : ١٥) ؛ تقوم المحاولة الثانية على نموذج الهندسة الاقليدية أيضاً، لكنها تصوغ المنطق صياغة جبرية ، ومن ثم لم تتخلص التصورات المنطقية بعد من التصورات الرياضية (ليبنتز : ١٩ – ٢٠) .

حـ – محاولتان جادتان ناضجتان تقيمان المنطق نسقاً استنباطياً ، تضمان منذ البدء في صراحة قائمة باللامعرفات والتعريفات والقضايا الأوليـــة (أو المصادرات) منها تشتق نظريات المنطق (فريجه : ٥٩ ، پيانو :٤٧) .

د – محاولة أكثر نضجاً وتطويراً : فقد جعلت للنظريات الأربعـــة في المنطق الرمزي (حساب القضايا وحساب المحمول وحساب الاصناف وحساب العلاقات) نسقاً واحداً هو نسق حساب القضايا ذاته : كما وضعت لأول مرة الشروط الواجب توافرها في مصادرات أي نسق استنباطي ، كما زيد في عدد القوانين المنطقية (أصحاب البرنكپيا : ٧٨–٨١،٨٦،٩٩–١٠١) .

١١٠ – القضية

(١) تعريفها :

ما تحتمل الصدق أو الكذب ، دون تحليل عميق (أرسطو) ؛ تحليل عميق ، وذلك بربط الصدق والكذب في القضية بالوقائع (رسل : ٦٧) .

(٢) عناصرها :

التمييز المضطرب بين اسم العلم والمحمول (ارسطو : ٦ أ ، ٤٧ حـ ، ٤٧ ى ؛ پيرس ؛٣٩٠ أ ، ٤٢) ؛ التمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول ، ومن ثم بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف في آخر (فريجه : ٥١ ، پيانو : ٤٧ ب ، ٤٧ حـ) ؛ تعميق التمييز (رسل وڤتجنشتين : ٦٩) ؛ السور عنصر مضاف الى الموضوع والمحمول في القضية الحملية ، وعدم اهتمام بتحليل السور (ارسطو : ١٠) ؛ بداية تحليل الاسوار (پيرس) ؛ السور جزء من المحمول في القضية الحملية ، وتحليل عميق للاسوار ، بما يضع الأساس لانطلاق نظرية حساب المحمول (فريجه : ٥٦،٥٨) ؛ طور أصحاب البرنكپيا تحليل الأسوار ونظرية حساب المحمول (٨٤–٨٦) .

(٣) أنواعها : [١] .

أ – القضايا الحملية : صياغة التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية صياغة صنفية جبرية متعثرة (ليبنتز : ١٨حـ) ؛ صياغة صنفية جبريةواضحة دقيقـــة (بول : ٢٩ أ) ؛ إحالة التصنيف الرباعي التقليدي الى تصنيف ثماني للقضية الحملية ، بما يتسق ونظرية كم المحمول ، في لغة صنفية وصياغـــة

---

(١) لن تجد في هذه الفقرة تصنيفاً شاملاً للقضايا ، وإنما تمييز فقط لعـــدة صور من القضايا موضوع اهتمام المناطقة . أنواع القضايا – كصور الكـــلام وعدد المقولات – حصرها حصراً شاملاً مستحيل .

جبرية (دي مورجان : ٢٢ حـ) ؛ التصنيف الرباعي التقليدي فاسد(فريجه : ٥٠ ى ، ٥٠ هـ)؛ الحمل علاقة منطقية أساسية ، لكنه ليس العلاقة الوحيدة، ولا يمنع ذلك من استبدال لغة الدالة والحجة بلغة الحمل (رسل : ٦٩) ؛ التمييز المضطرب بين القضية الشخصية والقضية الكلية (أرسطو : ٤٧ حـ ، پيرس : ٣٩ أ ، ٤٢) ؛ التمييز الحاسم الدقيق بينهما ، وبيان أن الشخصية فقط هي القضية الحملية (فريجه : ٥١ ب ، پيانو : ٤٧ ب ، ٤٧ ى) .

ب — القضايا الوجودية : تمييزها من القضايا الحملية باضطراب (أرسطو : ٨٨ هامش) ؛ تمييزها من الحملية ، إذ ليس بهـــا موضوع ، وتحليل دقيق (فريجه : ٥٤) ؛ ربط التحليل السابق للقضية الوجودية بدالة القضيـــة ، والتوسع في التحليل (رسل : ٨٨ — ٨٩) .

حـ - قضايا الهوية:تمييزها من القضايا الحملية ، إذ ليس بها محمول (فريجه : ٥٢) ؛ التمييز في قضايا الهوية بين صورتين ، ما تحوي إسميْ علم ، ومـــا تحوي اسم علم وعبارة وصفية محددة (رسل : ٩٣ ى) .

ى — القضايا الشرطية : استخدام القضية الشرطية المتصلة دون دراسة دقيقة لقواعد صياغتهـــا ، واستخدام القياس الشرطي المتصل دون دراسة دقيقة لقواعد انتاجه (زينون الإيلي : ١٢ ب ، إرسطو : ٦ ب) ، دراسة دقيقة للقضية الشرطية المتصلة ، ولأحـــد نوعيّ القياس الشرطى المتصل (فيلون الميغاري : ١٣) ؛ دراسة أدق لنوعي القياس الشرطي المتصل ، وأول صياغة للقياس الشرطي المنفصل وقواعد انتاجه (الرواقيون : ١٤، ١٥ أ) ؛ القضية الكلية في المنطق التقليــدي ليست حملية وإنمـا شرطية متصلة (پيرس : ٣٧) ، التصنيف الرباعي للقضية الحملية ليست أبسط صور القضايا وإنما يمكن ردّه إلى لغة دالة القضية (رسل : ٨٧ أ ، ٨٧ ب) .

هـ — قضايا العلاقات : صوره متميزة من القضايا الحملية : انظر فيما بعد

حساب العلاقات (٢) ، إعطاء صورتي القضية الشخصية والقضية العلاقية . لقب « القضية الذرية » (أصحاب البرنكبيا : ٦٨) .

ز – القضايا المنطقية ، وتعبر عن الحقائق المنطقية . أول من تصدى للبحث في طبيعتها هو رسل ، وطور البحث فيها فتجنشتين ، ومن بعدهما أصحاب نظرية المواضعة المنطقية (٧٣ – ٧٤) .

١١١ – حساب القضايا

أهم عناصر النظرية :

(١) الرمز بحرف معين من حروف الهجاء للقضية ككل دون تمييز بين حدودها (انظر المصطلح الرمزي : رموز المتغيرات : هـ) .

(٢) الثوابت المنطقية ورموزها: لقد قدم فريجه وبيانو أول تحليل شامل دقيق للثوابت المنطقية ، ووضع قواعد استخدامها ، وتخليصها من أي أثر للتصورات والرموز الرياضية ؛ زاد أصحاب البرنكبيا ثوابت أخرى وطوروا المصطلح الرمزي (لتطور البحث من الثوابت ، انظر : المصطلح الرمزي : رموز الثوابت) .

(٣) القضية المركبة : وهي القضية المؤلفة من قضيتين بسيطتين يربطهما أحد الثوابت المنطقية .

استخدم زينون الايلي أحد أنواع القضية المركبة (القضية الشرطيـــة المتصلة أي ما تحوى ثابت التضمن) ، كما استخدم أحد نوعي القياس الشرطي المتصل (حالة الرفع) ، دون دراسة لقواعد استخدام قضية التضمن وقواعد انتاج ذلك القياس (١٢ م) ؛ استخدم ارسطو نوعين آخرين القضية المركبة (ما تحوى اداة السلب وثابت الربط) : عرف قواعد السلب ، لكنه لم يدرس قواعد استخدام القضايا التي تحوى الربط (٦ ب ، ٧) ؛ فيلون

الميغاري أول من درس أحد أنواع القضية المركبة (قضية التضمن) ووضع قواعد صدقها ، وقواعد انتاج أحد نوعي القياس الشرطي المتصل (حالة الوضع) (١٣) ؛ الرواقيون أول من بحث قواعد صدق أنواع عديدة للقضية المركبة (الربط والفصل والتضمن) ؛ وصل الرواقيون الأوائل — فيما يختص بتعريف ثابت الفصل — إلى أن القضية المركبة التي تحويه تصدق اذا صدقت القضيتان البسيطتان ، بينما رأى الرواقيون المتأخرون أن تلك القضية تصدق اذا صدقت إحدى هاتين القضيتين البسيطتين على الأقل (١٤ ب) ؛ چيڤونز أقر القاعدة الثانية وأبان خطأ القاعدة الأولى ، وتبعه كل المناطقة من بعده (٣٥) ؛ أدرك پيرس العلاقة بين الاحتواء بين صنفين والتضمن بين قضيتين ، ووضع رمزاً محدداً لثابت التضمن ، وذلك أول عهدنا بكتابة رمزية لأحد الثوابت ، لكنه لم يدرس الانواع العديدة للقضية المركبة (٣٩ ب ، ٤٠)؛ فريجه — ومن بعده پيانو — أول من أدرك العلاقة بين الجمع المنطقي لصنفين والفصل بين قضيتين ، وبين الضرب المنطقى لصنفين والربط في القضايا ، ووضع قواعد صدق عدد كبير من القضايا المركبة في صور رمزية خالصة (٥٩، ٤٦، ٤٧ هـ ، ٤٧ و) .

(٤) دالة الصدق وقيمة الصدق : دالة الصدق هي الصيغة الرمزية للقضية المركبة ؛ قيمة صدق الدالة هي الحكم بالصدق أو بالكذب على دالة صدق ، اذا عرفنا قاعدة استخدام الثابت الموجود ، وعرفنا صدق أو كذب القضايا البسيطة التي تؤلف تلك الدالة (بعد التعويض عن الدالة بقضية مركبة) . تصور دالة الصدق وقيمة الصدق مألوفان منذ فيلون والرواقيين ، لكن إلى فريجه يرجع استخدام التعبيرين وتحديد معناهما والتوسع في مجالهما (٥٥ ب ، ٥٥ حـ) ؛ زاد أصحاب البرنكپيا هذين التصورين توضيحاً (٧٠-٧١) .

(٥) نسق حساب القضايا : الهدف من موضوع حساب القضايا هو الوصول إلى صيغ صادقة دائماً ، هي نظريات theorems ذلك الحساب ،

بأستنباطها من طائفة اللامعرفات والتعريفات والمصادرات ، نضعها صريحة واضحة منذ البـدء ، اللامعرفات والتعريفات متعلقة بالثوابت المنطقية ، والمصادرات صيغ صادقة دائماً تقوم على علاقات منطقية بين متغيراتها وثوابتها.

فريجه هو المؤسس الحقيقي لنظرية حساب القضايا، وواضع نسق استنباطي لها، وأول من ادرك السبق المنطقي لهذه النظرية على النظريات الثلاثة الأخرى للمنطق الرمزي، لكن نسقه الاستنباطي كان يضم قضايا أولية بمصطلح رمزي لحساب المحمول والاصناف لكي ينطبق على هاتين النظريتين (٥٧، ٥٩) ؛ اصبح نسق حساب القضايا وحـده أساساً للنظريات الثـلاثة الأخرى دون اضافة أي قضايا أولية جديدة (اصحاب البرنكيبيا : ٧٨ – ٧٩) ؛ حين رأى پيرس إمكان النظر إلى العلاقات بين الاصناف على انها عـلاقات بين القضايا ، أدرك بعض القضايا الاساسية لحساب القضايا ، لكن تصور حساب القضايا كنظرية اساسية مستقلة عن حساب الاصناف لم يكن مألوفاً له (٣٩ب).

(٦) قوانين حساب القضايا : وهي صيغ صادقة دائماً ، مستنبطة من نسق اللامعرفات والتعريفات والمصادرات ، مع الاستعانة بقواعد الاستدلال .

فريجه أول من صاغ بعض هذه القوانين ، لكن أصحاب البرنكيبيا هم تحملوا عبء صياغة رهط هائل منها ، ويحتذى الاستنباط فيها نموذج البرهان الهندسي المحكم (٨٠–٨١) .

(٧) قوائم الصدق : نموذج للبرهـــان على قوانين حساب القضايا وصيغه التحليلية ، يختلف عن البرهان الهندسي، وانما يجعل البرهان في صورة جداول أو قوائم (ڤتجنشتين ، پوست ، لوكاشيڤتش : ٨٢) ؛ وإلى هؤلاء يرجـع الفضل في اصطناع فكرة « الثابت المنطقي الرئيسي » ، والتمييز بين القضايا الصادقة دائماً (الضرورية) والقضايا الكاذبة دائماً (المتناقضة) ، والقضايا الحادثة contingent ؛القضية الصادقة هي التي تضم قيما صادقة تحت كل حالات الثابت

الرئيسي ، ومثل لهذه القضية (ق ⊃ ل) ≡ (– ل ⊃ – ق) . القضية الكاذبة دائماً هي التي تضم قيما كاذبة تحت كل حالات الثابت الرئيسي ، ومثل عليها : (ق ⊃ ل) . (ق . – ل) . القضيه الحادثة تضم قيما صادقة واخرى كاذبة تحت الثابت الرئيسي ، أي صادقة في بعض الحالات فقط ، ومثل عليها : (ق ⊃ ل) ⊃ (ل ٧ م) .

١١٢ – حساب المحمول (حساب دالات القضايا)

أهم عناصر النظرية :

(١) نظرية حساب القضايا أساس لنظرية حساب المحمول ، من حيث استخدام ثوابتها المنطقية ، ودالات الصدق وقيم الصدق ، وجزء من مصطلحها الرمزي ، وكثير من صيغها التحليلية (أدرك فريجه تلك الصلة ، لكن أصحاب البرنكبيا زادوها وضوحاً وتدعيما) .

(٢) الدالة : استخدام تعبير « دالة » أولاً في علم الهندسة بمعنى المنحنى الهندسي (ليبنتز : ٤٤ ب) ؛ إدراك الرياضيين أهمية الدالة لاقامة علم الحساب نسقاً استنباطياً (پيانو : ٤٤ حـ٤٥حـ ، فريجه : ٥٥ ء .) ؛ وضع تعريف دقيق للدالة ثم تطبيقها في علم المنطق (فريجه : ٥٥) ؛ ربط معاني الدالة والحجة بمعاني المحمول والموضوع فريجه : ٥٦) ؛ من تصور الدالة وحجتها إلى تصور دالة القضية ، واعطاء الثانية تعريفها المحدد ، وبيان خصائصها ، ومجال قيمها ، واستخدامها لغة جديدة لصياغة صور من القضايا أكثر مما ذهب فريجه (رسل وأصحاب البرنكبيا : ٨٤،٨٥،٨٧) [٢] .

(٣) الأسوار Quantifiers وهي كلمات تدل على الكم والكيف في القضية (كل ، بعض ، لا) . تحليل ضحل ينطوي على خطأ أساسي هو أن

---

(٢) حين نذكر « رسل وأصحاب البرنكبيا » ، نعني أن رسل زاد في النقطة المشار اليها في كتبه الخاصة أكثر مما ذهب كتاب البرنكبيا .

« كل » تتضمن تقرير وجود واقعي محسوس لموضوع القضية (أرسطو والمنطق التقليدي : ٩) التمييز بين السور الكلي والسور الوجودي واستخدامها في حساب العلاقات فقط (پيرس) ؛ التوسع في استخدام الاسوار وتحديد دقيق لمعناهما (فريجه : ٥٣ ، پيانو ٤٦) .

(٤) القضية الكلية لا تقرر وجوداً واقعياً محسوساً لافراد موضوعها ، بينما القضية الجزئية تقرر ذلك الوجود(أدركه ليبنتز ثم تراجع عنه : ٢١ أ)، أدركه بول لكنه لم يلق عليه ضوءاً يتناسب وأهميته : ٢٨ ب ، أبرز أهميته شرويدر وفريجه : (٤٢ ب ، ٥٣) .

(٥) التمييز بين اسم العلم والمحمول ، وصلة ذلك بالحجة والدالة (انظر : القضايا : عناصرها) .

(٦) المصطلح الرمزي : رموز للدالات والحجج بحروف معينة من أحرف الهجاء ، والرمز الى الأسوار برسوم معينة أخرى (فريجه وپيانو ، وطوره أصحاب البرنكپيا) .

(٧) التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية بلغة حساب المحمول : قام پيرس وپيانو وفريجه بصياغة واضحة للقضية الكلية الموجبة ، بحيث تصبح قضية شرطية متصلة لا حملية ، وترك لرسل صياغة الصور الثلاثة الأخرى في وضوح (٨٧) .

(٨) القضية الوجودية (انظر القضايا : أنواعها ب) .

(٩) التمييز بين القضية الوجودية الموجبة positively existential prop. والقضية الوجودية السالبة negatively existential prop. ، وهو تمييز متطور عن المعنى الاصيل للقضية الوجودية. القضايا الوجودية الموجبة ما تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعاتها ، وتحوي السور الوجودي الجزئي (ح) : ($\exists$ X) ويندرج تحت هذا النوع القضية الجزئية الموجبة (ح م) والجزئية السالبة

(ح س) في المنطق التقليدي ؛ أما القضايا الوجودية السالبة فانها لا تنطوي على تقرير وجود واقعي لافراد موضوعاتها ، وتحوى السور الكلي (ك) : (x) ، ويندرج تحت هذا النوع القضية الكلية الموجبة (ك م) والكلية السالبة (ك س) في المنطق التقليدي . ولذلك فان للقضية الوجودية الموجبة صيغتين : (ج) (د ه . ذ ه) : $(\exists x)(fx.gx)$ وهي الصياغة الجديدة للجزئية الموجبة في المطق التقليدي . فاذا أخذنا قضية مثل « بعض الشباب طموح » قرأناها حسب الصياغة السابقة « يوجد فرد واحد على الأقل مما يكون شاباً وطموحاً » . والصياغة الثانية للقضية الوجودية الموجبة هي (ج) (د ه. — ذ ه) : $(\exists x)(fx.-gx)$ ، وهي الصياغة الجديدة للجزئية السالبة التقليدية . فالقضية « بعض الشباب ليس منحرفاً » ،نقرؤها حسب الصياغة الرمزية السابقة : يوجد فرد واحد على الاقل مما يكون شاباً لكنه ليس منحرفاً ؛ وذلك مدلول ان الجزئية السالبـــة التقليدية وجودية موجبة في المنطق الرمزي . وبالمثل للقضية الوجودية السالبة صيغتان : — (ج) (د ه . ذ ه) : $-(\exists x)(fx.gx)$ ، وهي الصياغة الجديدة للقضية الكلية السالبة في المنطق التقليدي ، فاذا أخذنا القضية « لا عبقري مقلد » ، فاننا نقرؤها حسب الصياغة السابقة «لا يوجد فرد واحد مما يكون عبقرياً ومقلداً . أمـــا الصيغة الثانية للقضية الوجودية السالبة فهي — (ج) (د ه . — ذ ه) : $-(\exists x)(fx.-gx)$ وهذه هي الصياغة الجديدة للقضية الكلية الموجبة التقليدية ؛ والقضية « كل حر مسئول »نقرؤها « لا يوجد فرد واحد مما يكون حراً ولا يكون مسؤولاً » ، وذلك مدلول أن الكلية الموجبة التقليدية تصبح قضية وجودية سالبة .

وفي ضوء التمييز السابق ، يمكن الاتيان بصياغات رمزية أخرى مساوية للصيغ السابقة ، خذ نوعاً واحداً منها :

ح م : — (ك) (د ه . ذ ه) تساوي (ج) (د ه . ذ ه) .

ح س : – (ك) (د ه . – ذ ه) تساوي (ج) (د ه . – ذ ه).

ك س : (ك) (د ه ⊃ – ذ ه) تساوي – (ج) (د ه . ذ ه).

ك م : (ك) (د ه ⊃ ذ ه) تساوي – (ج) (د ه . – ذ ه) .

(بعد البرنكبيا لكن قارن ٨٦ ب ، ٨٧) .

(١٠) النسق الاستنباطي : (لتطور فكرة النسق الاستنباطي ، انظر : النسق الاستنباطي : عناصره في المنطق) ؛ وضع نسقات استنباطية متعددة يتألف كل منها من معرفات وتعريفات ومصادرات ، تشتق منها نظريات ، قصد بكل نسق أن يكون أساساً لأقامة النظريات الاربعة في المنطق الرمزي بلا تمييز (بيانو ٤٨ ، فريجه ٥٩ د) ؛ جعـــل النسق الاستنباطي لحساب المحمول هو نفس نسق حساب القضايا ، سوى أن لحساب المحمول لا معرفات جديدة ، ومن ثم فقوانين حساب المحمول هي نفس قوانين حساب القضايا مصاغة بلغة الدالات (برنكبيا) .

(١١) تعديل حساب المحمول للمنطق التقليدي : اكتشاف فساد بعض بعض قوانين المنطق التقليدى وتصحيحها : القضيتان المتناقضتان والمتضادتان تصدقان معاً اذا كان الموضوع يمثل صنفاً فارغاً ؛ إذا صدقت الكلية الموجبة فلن تصدق الجزئية الموجبة المتداخلة معها إذا كان الموضوع يمثل صنفاً فارغاً؛ لا تعكس القضية الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة إذا كان موضوع الكلية يمثل صنفاً فارغاً ، حيث لا انتقال من قضية لا تقرر وجوداً إلى قضية تقرر وجوداً محسوساً ، ولنفس السبب تبين فساد الضرب الأول من للشكل الثالث للقياس التقليدي (شرويدر وفريجه ورسل : ٤٢ب ؛ ٥٣ ، ٧٢ ح) . صياغة الاقيسة الحملية المنتجة والشرطية المنتجة في مصطلح حساب المحمول ، وقواعد انتاجها هي قواعد قوائم الصدق (بعد البرنكبيا) .

١١٣ – حساب الاصناف

أهم عناصر النظرية :

(١) الحدود والاصناف :

النظرة إلى الحدود العامة في القضية الحملية من جهة المفهوم أي دلالتها على تصورات ، والنظرة اليها في نفس الوقت من جهة الماصدق أي دلالتها على اصناف ، مع تغلب النظرة الأولى (أرسطو والمنطق التقليدي : ٦ م) ، بدء النظر إلى الحدود العامة من جهة الماصدق وتجاهل دلالتها على التصورات (اصحاب كم المحمول ودي مورجان وبول : ٢٢ حـ ، ٢٩) .

(٢) تعريف الصنف :

كلمة « صنف » لا معرفة أو كلمة أولية يفهم معناها بلا تعريف (بول) ؛ تعريفها تعريفاً ماصدقيا بحتا أى أن الكلمة اسم يدل على مجموعة من الأفراد التي تندرج تحته (پيرس وشرويدر : ٤١ ب، ١٠٣) ، الميل إلى اعتبار الكلمة لا معرفة ، لكن الصعوبات الناشئة عن التعريف الماصدقي البحت تضطرنا إلى تعريفه بالمفهوم ، أي بمجموعة الخصائص التي تؤلف معنى الصنف ، ومن ثم نذهب إلى تعريف مزدوج من جهتي المفهوم والماصدق معاً ، أما الصعوبات الناشئة عن التعريف الماصدقي البحت فهي استحالة تعريف الصنف الفارغ ، والصنف ذي العدد اللامتناهي لاعضائه ، وصعوبة التمييز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك العضو . (پيانو : ٤٧ ب ، ٤٧ و ، ٩٧ م ، ٩٨ م ؛ تطوير هذا التعريف المزدوج عن طريق « الرموز الناقصة » و دالة القضية (اصحاب البرنكپيا : : ٩٧ – ٩٨) .

(٣) طبيعة الصنف :

للصنف وجود ذهني مستقلا عن مجرد وجود أفراده ، بفضله يمكننا تعريف الصنف بخصائصه (پيانو) ؛ للصنف وجود موضوعي مستقل عن أفراده

وعن أذهاننا معاً ، في عالم ثالث – هو عالم المعاني (فريجه : ٦١ أ ، ٦١ ب ، رسل ما قبل البرنكيبيا : ٩٨ أ) ؛ أستبعاد واقعيـــة الأصناف (بالمعنى الاسكولائي للواقعية) ، وإعلان أن الأصناف ليست إلا رموزاً لغوية ناقصة (برنكيبيا : ٩٨ ب) .

(٤) صياغة صنفية جبرية للقضية الحملية :

الرمز الى الحدود العامة أو الاصناف بحروف الهجاء، والرمز الى العلاقات بين تلك الحدود في القضية بثوابت رياضية (علامات الجمع والضرب والمساواة واللامساواة) ، ثم صياغة التصنيف الرباعي التقليدي وكأن القضية الحملية معادلة جبرية ، لكن الصياغة مضطربة (ليبنتز : ١٨ ب ١٨ حـ) ؛ اضافة مزيد من ثوابت الرياضة (الطرح والقسمة والصفر والواحـــد الصحيح) وأجراؤها على الأصناف ، ثم صياغة التصنيف الرباعي بحيث يبدو معادلات جبرية واضحة دقيقة ، لوضوح ادراك العلاقة بين الضرب العددي والضرب المنطقي بين اصناف ، بين الجمع العددي والجمع المنطقي (بول : ٢٨ – ٢٩)؛ تعديل معنى الجمع المنطقي عند بول واستبعاد تطبيق عمليات الطرح والقسمة على الأصناف (جيفونز : ٣٥ ، پيرس : ٣٩) .

(٥) البدء في التمييز بين الحدود الشخصية والحدود العامة :

وهو نتيجة للتمييز بين اسم العلم والمحمول) وهو التمييز بين العضو في صنف وذلك الصنف ، وإن لم يتضح تماماً (پيرس وشرويدر : ٣٧ ، ٣٩أ، ٤٢)؛التميز الحاسم بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في صنف آخر، ومن ثم صياغة القضية الكلية على على نحو يجعل علاقة الموضوع بالمحمول علاقة احتواء صنف في آخر (پيانو : ٤٧ ب ، فريجه : ٥٨ ب) .

(٦)صياغة صنفية منطقية بحتة للقضايا :

بعد اقامة نظرية حساب القضايا ، تم إستبدال الثوابت المنطقية بالثوابت

الرياضية وجاءت الثوابت على نموذج حساب القضايا ، وأصبح الضرب المنطقي بين الأصناف على نموذج الربط بين القضايا ، والجمع المنطقي على نموذج الفصل بين القضايا ؛ والاحتواء على نموذج التضمن ، وأضيفت ثوابت جديدة مثل عضوية الفرد في صنف ، واحتواء الصنف في آخر ، بحيث تصاغ كل القضايا الصنفية في صيغ رمزية منطقية لا أثر فيها لرموز الرياضة (پيانو : ٤٦ ، ٤٧ و ، ٤٧ ز ، فريجه) ؛ تطوير صياغة قضايا الأصناف واضافة ثوابت جديدة ، مما جعل حساب الاصناف أكثر ثراء (أصحاب الپرنكپيا : ٩٩) .

(٧) النسق الاستنباطي :

وضع النسق الاستنباطي لحساب القضايا بحيث يشمل لا معرفات وتعريفات ومصادرات ، بعضها يخص حساب الاصناف ، ومن بين المصادرات مصادرتان تعبران عن صورتين متميزتين للضرب الأول من الشكل الأول للقياس الارسطي (پيانو : ٤٧ ب ، ٤٧ و ، ٤٧ ز) ؛ اقامة نسق مستقل لمصادرات حساب الاصناف (هنتجتن Huntington : ١٠١ ؛ تطوير البحثين السابقين وجعل النسق الاستنباطي لحساب القضايا صالحاً لحساب الاصناف ، مع اضافة فكرة جديدة لا معرفة ، واستخدام مصادرات هنتجتن (پرنكپيا : ١٠٠) .

(٨) قوانين حساب الاصناف :

أطوار عديدة لصياغة القوانين المنطقية التي تؤلف منطق الاصناف ، بدأ أول الاطوار ارسطو في منطقه ، ثم صياغة ليبنتز لبعض قوانين جبر الاصناف ومنها البرهان على الشكل الاول للقياس التقليدي (٢٠) ، وتطوير قوانين جبر الاصناف (بول : ٣٠) ، تصحيح بعض أخطاء بول وتطوير منطقه (پيرس: ٣٩ ب) ؛ تصحيح منطق بول في اتجاه آخر يخلصه من أي آثار لتصورات رياضية ويجعل حساب القضايا اساسياً (پيانو : ٤٦–٤٧) ، والبلوغ بجهود پيانو إلى قمتها عند أصحاب الپرنكپيا ، حيث نجد عدداً هائلاً من الصيغ الصادقة دائماً ، والبرهان عليها (٩٧،٩٩–١٠١) .

١١٤ – حساب العلاقات :

أهم عناصر النظرية :

(١) العلاقات بين الحدود في القضية الحملية :

دراسة العلاقات بين الحدود والأسوار في القضية ، مما أدى الى صياغة قوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر وقواعد الأقيسة ، لكن الدراسة محدودة بالقضية الحملية ، بحيث اذا كانت لدينا قضية تحوي حدين بينهما علاقة اعتبرنا العلاقة جزءاً من أحد الحدين، ومن ثم رددنا قضايا العلاقات الى حمليات (ارسطو والمنطق التقليدي) .

(٢) قضايا العلاقات متميزة من القضايا الحملية :

إمكان النظر إلى القضية الحملية (التقليدية) [٣] على أنها دالة على علاقة بين أصناف ؛ ومن ثم إمكان رد القضية الحملية (التقليدية) إلى قضية علاقة ، لا العكس (دي مورجان : ٢٢ ح ، ٢٣ م) ؛ بدء دراسة فكرة العلاقة وتمييز أنواع متعددة من العلاقات وخواص كل منها وقوانينها (دي مورجان : ٢٣ – ٢٥) ؛ تطوير أبحاث دي مورجان بما يوضح التمييز بين قضايا العلاقات والحمليات وإقامة منطق العلاقات على نموذج حساب الأصناف (پيرس : ٤١، ١٠٣) ؛ تطوير ابحاث بيرس ، مع تمييز حاسم بين منطق الاصناف ومنطق العلاقات ، بمعنى أن قضية العلاقة لا يمكن ردها إلى قضية صنفية (رسل واصحاب البرنكپيا : ١٠٣، ١٠٦) .

---

(٣) لا حاجة الى القول بأن ما سماه المنطق الارسطي والتقليدي قضايا حملية لم تعد حمليات في المنطق الرمزي : أصبحت القضايا الكلية – موجبة وسالبة – شرطيات متصلة ، والقضايا الجزئية – موجبة وسالبة – وجودية موجبة . أما القضية الحملية بالمعنى الدقيق فهي القضية الشخصية فقط . لكن دي مورجان لم يكن وصل بعد الى هذا الموقف .

(٣) **تعريف العلاقة :**

تعريف ماصدقي بحت للعلاقة بلغة الاصناف (بيرس : ٤١ ب ، ١٠٣)، تعريف ماصدقي ومفهومي معاً (رسل وأصحاب البرنكبيا : ١٠٤) .

(٤) **أنواع العلاقات :**

يمكن تصنيف العلاقات على أسس متعددة ، نقترح التصنيف التـــالي . (أ) علاقات بين أفراد ، وتسمى احياناً « علاقات من الدرجة الأولى » ، مثل « أخ » ، أصغر ، يساوي .. الخ (دي مورجان : ٢٥ أ) ، لكن يمكن لهذا الصنف من العلاقات أن ينقسم بدوره انواعاً عـــدة ، نذكر منها نوعين : (١) العلاقات ثنائية وتربط بين شيئين أو حدين ، أو ثلاثية وتربط بين ثلاثة حدود ، أو رباعية وتربط اربعة حدود ، أو متعددة الأطراف وتربط بين اكثر من أربعة حدود (بيرس : ٤١ أ ، رسل : ١٠٦) ، (٢) العلاقات قد تكون علاقة واحد بواحد ، أو علاقة واحد بكثير ، أو علاقة كثير بواحد ، أو علاقة كثير بكثير ، وقد كان التقسيم الأخير نقطة تحول هامةفي فلسفة الرياضة وإمكان تعريف العدد (فريجه،وطوره رسل: ١٠٦) . (ب) علاقات بين اصناف أو بين العلاقات السابقة ، ومن ثم تسمى احياناً « علاقة العلاقة » أو « علاقات من الدرجةالثانية »، ومن أمثلة هذه العلاقات: العلاقة المكسية (أو عكس العلاقة) ، وسلب العلاقة ، وعلاقة التعدى ، وعلاقة الضرب، وعلاقة الجمع،ووضعت قوانين تلك العلاقات (ذي مورجان : ٢٣-٢٥) تطوير ابحاث دي مورجان وأضافة علاقتين جديدتين الضرب النسبي والجمع النسبي ، ووضعت قوانينها (بيرس : ٤١ حـ) ؛ تطوير وتعميق لأبحاث دي مورجان وبيرس وأضافة العلاقات التماثلية (رسل: ١٠٥- ١٠٦).

(٥) **خواص العلاقات :**

سميت العلاقات من الدرجة الثانية – السابق ذكرهـــا – أحيانا خواص

العلاقات (دي مورجان) ؛ لكن اضيفت من بعد ابحاث في خواص العلاقات بنوعيها ، ومن أمثلة تلك الخصائص : نطاق العلاقـــة ، والنطاق العكسي للعلاقة ، وميدان العلاقة الخ (رسل : ١٠٥)

(٧) **حساب العلاقات :**

هدف منطق العلاقات هو الوصول الى قوانين ونظريات صادقة دائمـــاً ، مشتقة من مجموعة من التعريفات والمصادرات توضع صريحة واضحة منذ البدء . محاولة أولى لصياغة بعض تلك القوانين (دي مورجان : ٢٤ — ٢٥) ؛ محاولة أكثر نضجا تقيم حساب العلاقات على نموذج جبر الأصناف (پيرس : ٤١ د) ؛ تطوير حساب العلاقات كنسق استنباطي متطور له لامعرفاتـه وتعريفاته ومصادراته ، يقوم على حساب الاصناف ، الذي يقوم بدوره على حساب القضايا ، ومن ثم تخلص حساب العلاقات من أي أثر لتصورات ورموز رياضية (أصحاب الپرنكپيا : ١٠٢ ، ١٠٧ ب) .

ثبت بالأسماء والموضوعات الواردة

ا

ب

ن

هـ

و

ي

ترجمة اهم المصطلحات المنطقية الواردة

Algebra ofclasses	جبر الاصناف
Analysis	تحليل (في الرياضة)
Arithmetisation of analysis	تحسيب التحليل
Assertion	تقرير
Axiom	مبدأو قضية أولية
Axiomatic	نسق استنباطي
Calculus	حساب منطقي
of classes	حساب الاصناف (نظرية)
of predicate	حساب المحمول (نظرية)
of propositions	حساب القضايا (نظرية)
of relations	حساب العلاقات (نظرية)
Class	صنف
— concept	تصور الصنف
complementary —	صنف سالب
null —	صنف فارغ
universe —	صنف شامل
Common notions	أفكار عامة (اقليس)
Conditionals	القضايا الشرطية
Conjunction	ربط (بين القضايا)
Content	محتوى (القضية)
Constant	ثابت منطقي
Conventionalism	المواضعة (نظرية)
Conversion	عكس (في تقابل القضايا، والعلاقات)
Deduction	استنباط
Definition	تعريف
by extension	تعريف بالماصدق
by intension	تعريف بالمفهوم
Disjunction	فصل (بين القضايا)
Equivalence	تكافؤ (بين القضايا)
Function	دالة (في الرياضة)
argument ofa —	حجة الدالة
conjunctive —	دالة الربط

Contradictory —	دالة التناقض
Disjunctive —	دالة الفصل
equivalent	دالة التكافؤ
implicative —	دالة التضمن
Propositional —	داله القضية
Range of value of a —	مجال قيمة الدالة
truth —	دالة الصدق
Grammatical subject	الموضوع بحسب موضعه من القضية
Identity	هوية او مساواه (في الاصناف)
Implication	تضمن (بين القضايا)
Inclusion	احتواء (في الاصناف)
Incompatibility	عدم اتساق (بين القضايا)
Inference	استدلال
Law of absorption	قانون الامتصاص
Association for addition	قانون الترابط للجمع
Association for product	قانون الترابط للضرب
Commutation for sum	قانون تبادل المواضع للجمع
Commutation for product	قانون تبادل المواضع للضرب
Distribution	قانون التوزيع
Permutation	قانون تبادل المواضع
Logical division	القسمة الجبرية
Paradoxes	المفارقات المنطقية
Product	الضرب المنطقي
Substraction	الطرح المنطقي
Subject	الموضوع المنطقي
Sum	الجمع المنطقي
Types	الانماط المنطقية (نظرية)
Logistic	المنطق الرمزي ، اتجاه رد الرياضة الى المنطق
Modus ponens	القياس الشرطي المتصل في صورة اثبات التالي
Modus tollens	القياس الشرطي في صورة نفي المقدم
Naming	فعل التسمية
Negation	السلب أو التناقض
Non-structural words	الفاظ غير بنائية
Notation	المصطلح الرمزي
Number	عدد
Cardinal	عدد أصلي

Complex	عدد مركب او خيالي
Irrational	عدد اصمّ
Natural	عدد طبيعي
Ordinal	عدد ترتيبي
Rational	عدد منطوق
Obversion	نقض المحمول
Postulate	مصادرة او قضية اولية
Predication	حمل
Principle of summation	مبدا الاضافة
Simplification	مبدا التبسيط
Proposition	قضية
Analytic	قضية تحليلية
Atomic	قضية ذرية
Categorical	قضية حملية (المنطق التقليدي)
Compound	قضية مركبة
Disjunctive	قضية شرطية منفصلة
Existential	قضية وجوديه
General or universal	قضية عامة او كلية
Hypothetical	قضية شرطية متصلة
Relational	قضية علاقة
Identity	قضية هوية
Singular	قضيه شخصية
Subject-predicate	قضية حملية (المنطق الرمزي)
Quantifier	سور
Existential	سور وجودي أو جزئي
Universal	سور كلي
Quantification	تسوير (القضايا)
Reductio ad absurdum	برهان الخلف
Impossibile	برهان الاستحاله
Reference	اشارة
Relation	علاقة
Monadic	علاقة واحدية
Dual or dyadic	علاقة ثنائية
Triple or triadic	علاقة ثلاثية
Quadruple or tetradic	علاقة رباعية
Symmetrical	علاقة تماثلية
Asymmetrical	علاقة لا تماثلية
transitive	علاقة متعدية

Intransitive	علاقة لازمة
Relative	حد علاقي (دي مورجان وبيرس)
Relative product	الضرب النسبي
Sum	الجمع النسبي
Rules of inference	قواعد الاستدلال
Rule of substitution	قاعدة التعويض
Sense	معنى
Structural words	الفاظ بنائية
Tautology	تحصيل حاصل
Theory of Descriptions	النظرية الوصفية (رسل)
Transposition	عكس النقيض
Truth-table	قائمه الصدق
Value	قيمة الصدق
Universe of discourse	عالم المقال (في الاصناف)
Variable	متغير
Value of	قيمة المتغير

اهم مراجع البحث

1. Ambrose, Allice(Essays in Analysis, London, 1966.
2. Anscombe, G.E.M., An Introduction to Wittgenstein's Tractatu,s, London, 1959.
3. and Geach, P., Three Philosophers: Aristotle, Aquinas, Frege, Oxford, 1961.
4. Aristotle, Categoriae, De Interpretatione, Analytica Priora, Analytica Posteriora, Metaphysica, in The Works of Aristotle, transated into English by J.A. Smith & W.D: Ross, Vols. I, VIII, London, 1928.
5. Barker, S., Philosophy of Mathematics, Printice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1964.
6. Basson, A.H., & O'Connor, D.J., Introduction to Symbolic Logic, London, 1959.
7. Black, M., The Nature of Mathematics, London, 1933
8. Problems of Analysis, London, 1954.
9. Blanché, R., L'Axiomatique, trans. into English by G. B. Keene, London, 1962.
10. Buchler, J., Charles Peirce's Empiricism, London, 1939,
11. The Philosophy of Peirce, London, 1940.
12. Copi, I.M., Symbolic Logic, Macmillan, N.Y., 8th, print, 1962.
13. Frege, G., Translations from The Philosophical Works of Frege, by Geach and Black, Oxford, 1960.
14. The Thought: A Logical Inquiry, trans-into English by Quinton, Mind, vol. 65, 1956.
15. Geach, P., Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories, N.Y., 1962.
16. What actually exists? P.A.S.S. 1968.
17. Honderich, T., On The Theory of Descriptions, P.A.S., London, 1969.
18. Hull, L.W.H., History and Philosophy of Science, London, 1959.
19. Jevons, S., Elementary Lessons in Logic, London, 1870.
20. Kneale, W., Are Necessary Truths True by Convention? P.A.S.S., 1947.
21. Frege and Mathematical Logic, in The Revolution in Philosophy, London, 1956.

22. and Kneale, M., The Development of Logic, London, 1964
23. Lewis, C.I., A Survey of Symbolic Logic, N.Y., 1960.
24. Lukasiewicz, J., Aristotle's Syllogistic, From the standpoint of Modern Formal Logic, 2nd ed. enlarged, London 1957.
25. Mitchell, D., An Introduction to Logic, London, 1964.
26. Nidditch, P.H., The Development of Mathematical Logic, London, 1962.
27. Passmore, J., A Hundred Years of Philosophy, London, 1966.
28. Pears, D.F., Is Existence a Predicate , reprinted in Philosophical Logic, ed. Strawson, London, 1967.
29. Prior, A.N., Formal Logic, London, 1962.
30. Quine, W.V., Truth by Convention; repr. in Readings in Philosophical Analysis, ed. Feigl & Sellars, N.Y., 1949.
31. Methods of Logic, London, 1958.
32. From A Logical Point of View, Massachusetts, 1961.
33. Quinton, A., The Apriori and The Analytic, P.A.S., 1963.
34. Ross, W.D. Aristotle, London, 1949.
35. Runes, D.D., The Dictionary of Philosophy, London, 1945 (esp. articles on Logic by A. Church).
36. Russel, B., A Critical Exposition of The Philosophy of Leibniz, London, 1937.
37. The Principles of Mathematics, 2nd. ed., London, 1937.
38. and Whitehead, Principia Mathematica, Vol. I, 2nd. ed. 1927, new ed., Cambridge, 1962.
39. Our Knowledge of The External World, as a field for Scientific Method in Philosophy, London, 1914.
40. Mysticism and Logic, London, 1918.
41. Introduction to Mathematical Philosophy, London, 1920.
42. Logic and Knowledge, Essays 1901-1950, ed. Marsh, London, 1956.
43. My Philosophical Development, London, 1959.
44. The Philosophy of B. Russell, 2 vols., ed. Schlipp, N.Y. 1944.
45. Ryle, G., Dilemmas, London, 1945.
46. Sloman, A., Explaining Logical Necessity, P.A.S. 1968.
47. Stebbing, L.S., A Modern Introduction to Logic, London, 1950.
48. Strawson, P.F., On Referring, Mind., 1950.
49. Introduction to Logical Theory, London, 1952.
50. Singular Terms and Predication, Journal of Philosophy, 1961.
51. Tarski, A., Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences, trans. into English by Helmer, N.Y. 1946.

52. Valberg, J., Improper Singular Terms, P.A.S., 1971.
53. Wittgenstein, L., Tractatus Logico-Philosophicus, London, 1922.
54. Philosophical Investigations, Oxford, 1958.

٥٥ ـ ابرهيم بيومي مدكور : في اللغة والادب ، القاهرة ، ١٩٧١
٥٦ ـ زكي نجيب محمود : المنطق الوضعي ، ج ١ ، القاهرة ، ١٩٥١
٥٧ ـ عثمان امين : الفلسفة الرواقية ، القاهرة ، ١٩٤٥ .
٥٨ ـ عبد الرحمن بدوي : المنطق الصوري والحديث ، القاهرة، ١٩٦٣ .
٥٩ ـ مناهج البحث العلمي ، القاهرة ١٩٤٤ .
٦٠ ـ محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، بيروت ، ١٩٦٩ .

وقد ظهر كتاب « اصول المنطق الرياضي » للاستاذ الدكتور محمد ثابت الفندي بعد انتهائي من اعداد كتابي ، فلم اتمكن من الافادة منه .